ЧЕТВЕРТОЕ ИЗМѢРЕНІЕ

и

ЭРА НОВОЙ МЫСЛИ.

Съ 88 рисунками.

С. Г. ХИНТОНЪ.

ПЕТРОГРАДЪ.
Книгоиздательство „НОВЫЙ ЧЕЛОВѢКЪ".
Эртелевъ пер., 6.

Тип. Акц. Общ. Тип. Дѣла, 7 рота, № 26.

СОДЕРЖАНІЕ.

ЧЕТВЕРТОЕ ИЗМѢРЕНІЕ.

ЭРА НОВОЙ МЫСЛИ.

Нѣкоторые отзывы печати.

„Хинтонъ обсуждаетъ вопросъ о высшей измѣримости пространства, а такъ какъ онъ избѣгаетъ всякихъ математическихъ и техническихъ тонкостей, то его аргументація становится доступною и для читателей, недостаточно свѣдущихъ въ математикѣ“.

„Notts Guardian“.

„Четвертое измѣреніе представляетъ собою предметъ, очаровывавшій многихъ математиковъ. Можно не вполнѣ постигать мысли и доводы Хинтона, но нельзя не признать, что онъ разоблачаетъ призрачную идею въ исключительно ослѣпительномъ свѣтѣ. Независимо отъ главнаго содержанія книги, многія главы представляютъ большой самостоятельный интересъ. Въ общемъ это любопытная книга, умно и искусно написанная“.

„Dundee Courier“.

„Кто любитъ работать въ области отвлеченной мысли, тотъ будетъ хорошо вознагражденъ за трудъ, положенный на сведеніе знакомства съ этой книгой“.

„Scotsman“.

„Профессоръ Хинтонъ хорошо сдѣлалъ, предпринявъ этотъ трактатъ, который одновременно легокъ и доступенъ по своему методу изложенія и свободенъ отъ школьныхъ техническихъ терминовъ“.

„Pall Mall Gazette“.

„Сочиненіе Хинтона объ этомъ предметѣ чрезвычайно интересно“.

„Publishers' Circular“.

„Хинтонъ старается изложить теорію четвертаго измѣренія такимъ образомъ, чтобы обыкновенный здравый умъ могъ легко составить себѣ понятіе, что подъ такимъ измѣреніемъ разумѣетъ метафизикъ-математакъ. Если ему это не вполнѣ удается, то никакъ не вслѣдствіе недостатка ясности въ его изложеніи, но только потому, что вся эта теорія является безусловнымъ потрясеніемъ для всякихъ предвзятыхъ идей“.

„Bristol Times“.

„Энтузіазмъ Хинтона является лишь результатомъ того глубокаго изученія предмета, которое дало ему возможность изложить свои взгляды передъ читателями съ такой необычайной ясностью“.

„Pall Mall Gazette“.

„Вся книга представляетъ собраніе цѣнныхъ умозрѣній въ области высшей математики“.

„Glasgow Herald“.

„Кто хочетъ вникнуть въ смыслъ этого нѣсколько мудренаго предмета, пусть прочтетъ **„Четвертое Измѣреніе“**. *Отъ читателя не требуется никакихъ математическихъ познаній и каждый, кто не боится нѣкотораго напряженія мысли, въ состояніи слѣдовать за ходомъ разсужденія“.*

„Light“.

„Великолѣпное изложеніе древней проблемы о четвертомъ измѣреніи! Каждый, кто интересуется этимъ предметомъ, найдетъ это сочиненіе не только обаятельнымъ, но и блестящимъ, въ такой степени оно удобопонятно изложено. Иллюстраціи оживляютъ текстъ еще болѣе и все вмѣстѣ удивительно согласовано съ требованіями изучающихъ вопросъ впервые“.

„Two Worlds“.

„Кто ищетъ умственной гимнастики, найдетъ ея достаточно въ **Четвертомъ Измѣреніи** *Хинтона“.*

„Westminster Review“.

ЧЕТВЕРТОЕ ИЗМѢРЕНІЕ.

ГЛАВА I.

Четырехмѣрное пространство.

Нѣтъ ничего болѣе неопредѣленнаго и, въ то же время, нѣтъ ничего болѣе реальнаго, чѣмъ то, что мы подразумѣваемъ, когда говоримъ о чемъ-нибудь «высшемъ». Въ нашей соціальной жизни мы видимъ, что справедливость сказаннаго свидѣтельствуется большей сложностью отношеній. Но этой сложностью дѣло не ограничивается. Существуетъ въ то же время нѣкоторое соприкосновеніе съ чѣмъ-то, нѣкоторое познаваніе чего-то болѣе основного, болѣе реальнаго.

По мѣрѣ развитія человѣка приходитъ сознаніе о чемъ-то большемъ, чѣмъ всѣ формы, въ какихъ оно обнаруживается. Существуетъ готовность отказаться отъ всего видимаго и осязаемаго ради тѣхъ началъ и цѣнностей, внѣшностью лишь которыхъ является все видимое и осязаемое. Физическая жизнь цивилизованнаго человѣка и простого дикаря практически та же; но цивилизованный человѣкъ открылъ извѣстную глубину въ своемъ существованіи, которая даетъ ему почувствовать, что то̀, что кажется «всѣмъ» для дикаря, есть лишь просто внѣшность и придатокъ къ нашему истинному бытію.

Итакъ, это высшее — какъ мы должны его понимать? Обыкновенно оно обнимается нашими религіозными способностями, нашими идеалистическими влеченіями. Но высшее существованіе имѣетъ двѣ стороны: оно подразумѣваетъ и бытіе, и свойства. Стараясь осознать его путемъ нашихъ душевныхъ пере-

живаній, мы всегда становимся на субъективную точку зрѣнія. Наше вниманіе всегда останавливается на томъ, что мы чувствуемъ, что мы думаемъ. Существуетъ ли, однако, путь познаванія «высшаго» чисто объективнымъ методомъ, свойственнымъ вообще естествознанію? Я полагаю, что существуетъ.

Платонъ, въ чудной аллегоріи, разсказываетъ о нѣкоторыхъ людяхъ, жившихъ въ такихъ условіяхъ, которыя практически низводили ихъ на степень обитателей міра тѣней. Они были прикованы такимъ образомъ, что могли видѣть лишь свои тѣни и тѣни всѣхъ прочихъ предметовъ на стѣнѣ, къ которой они были повернуты лицомъ. Всѣ движенія представлялись имъ лишь движеніями на поверхности; всѣ формы были для нихъ лишь тѣневыми безтѣлесными очертаніями.

Платонъ прибѣгаетъ къ этой иллюстраціи для изображенія отношенія между истиннымъ бытіемъ и иллюзіями нашего міра чувствъ. Онъ говоритъ, что подобно тому, какъ человѣкъ, освободившійся отъ своихъ цѣпей, могъ узнать, что міръ представляетъ нѣчто плотное и реальное и могъ, вернувшись къ своимъ скованнымъ товарищамъ, сообщить имъ о существованіи этой высшей реальности, такъ и философъ, который освободился отъ предвзятыхъ мнѣній, который ушелъ мысленно въ идеальный міръ, въ міръ идей высшихъ и болѣе реальныхъ, чѣмъ міръ впечатлѣній, воспринимаемыхъ чувствами, можетъ сообщить своимъ собратьямъ о томъ, что является болѣе истиннымъ, чѣмъ видимое солнце, и болѣе великолѣпнымъ, чѣмъ самые Аѳины, видимый городъ.

Такъ вотъ, я пользуюсь мыслью Платона и принимаю ее не въ качествѣ метафоры, а въ буквальномъ смыслѣ. Платонъ воображаетъ міръ, который ниже нашего міра и который состоитъ изъ тѣневыхъ фигуръ и тѣневыхъ движеній; такому міру онъ противопоставляетъ дѣйствительный міръ. Въ какомъ отношеніи находится нашъ дѣйствительный міръ къ міру тѣней, въ такомъ же отношеніи находится и высшій міръ къ нашему міру. Я принимаю его ана-

логію. Какъ нашъ трехмѣрный міръ относится къ міру тѣней, или міру плоскости, такъ высшій міръ относится къ нашему трехмѣрному міру. Если высшій міръ четырехмѣренъ, то понятіе о высшемъ бытіи,— поскольку вопросъ касается только его существованія, особо отъ его качествъ,—намъ слѣдуетъ стараться получить при посредствѣ понятія о дѣйствительномъ существованіи пространственно высшемъ, въ сравненіи съ тѣмъ пространствомъ, съ которымъ мы знакомы при помощи своихъ чувствъ.

Здѣсь, замѣтьте, я, по необходимости, пропускаю все, что придаетъ интересъ и прелесть очарованія произведеніямъ Платона,—всѣ эти идеи о прекрасномъ и о благѣ вообще, которыя въ области литературы останутся безсмертными.

Все, что я заимствую изъ его сокровищницы, заключается въ одной простой вещи—это міръ пространственно высшій, чѣмъ нашъ міръ,—міръ, къ которому можно приблизиться только сквозь его сырой матеріалъ, міръ, который надлежитъ постигать упорно, терпѣливо, при помощи свойственныхъ ему вещей и свойственныхъ ему формъ, движеній, образовъ.

Мы должны научиться представлять себѣ формы предметовъ въ этомъ мірѣ высшаго человѣка; мы должны ознакомиться съ движеніями, свойственными предметамъ въ его мірѣ, чтобы кое-что заключить объ его впечатлѣніяхъ, объ его мнѣніяхъ о матеріальныхъ предметахъ и о механизмѣ его строенія.

Средства для производства такого изслѣдованія даны въ самомъ понятіи о пространствѣ.

Часто случается, что то̀, что мы принимаемъ за единственное въ своемъ родѣ и безотносительное, даетъ намъ въ самомъ себѣ тѣ отношенія, при помощи которыхъ мы въ состояніи его оцѣнивать по отношенію къ другимъ вещамъ, и, такимъ образомъ, опредѣлять и его самого и другія вещи.

Напримѣръ, на землѣ существуетъ феноменъ тяжести, при помощи котораго Ньютонъ вычислилъ истинное соотношеніе между землею и солнцемъ и

различными планетами. Нашъ земной шаръ былъ опредѣленъ по отношенію къ другимъ тѣламъ солнечной системы посредствомъ отношенія, существовавшаго на самой землѣ.

Подобнымъ же образомъ само пространство заключаетъ въ себѣ отношенія, при помощи которыхъ мы можемъ его опредѣлить по отношенію къ другому пространству, такъ какъ съ пространствомъ связаны понятія о точкѣ и линіи, линіи и плоскости, которыя, дѣйствительно, заключаютъ въ себѣ отношеніе пространства къ высшему пространству.

Гдѣ одинъ отрѣзокъ прямой линіи кончается и начинается другой отрѣзокъ, тамъ будетъ точка; и сама прямая линія можетъ быть произведена движеніемъ точки.

Одна часть плоскости отграничивается отъ другой — прямой линіей; и сама плоскость можетъ быть произведена движеніемъ прямой линіи по направленію, не заключающемуся въ ней.

Точно также двѣ части кубическаго пространства ограничиваются одна по отношенію къ другой — плоскостью; а плоскость, движущаяся въ направленіи, не заключающемся въ ней самой, можетъ произвести кубическое пространство.

Такимъ образомъ, подвигаясь впередъ, мы можемъ сказать, что наше пространство есть то, что ограничиваетъ двѣ части высшаго пространства одно отъ другого и что наше пространство производитъ высшее пространство, двигаясь въ направленіи, которое не заключается въ немъ самомъ.

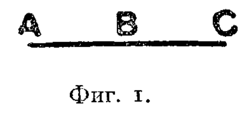
Другое указаніе на природу четырехмѣрнаго пространства можно получить, разбирая проблему нѣкотораго распредѣленія предметовъ.

Положимъ, что мы имѣемъ нѣсколько шпагъ различной степени яркости въ ихъ полировкѣ; можно представить ихъ въ отношеніи этого качества точками, расположенными вдоль прямой линіи.

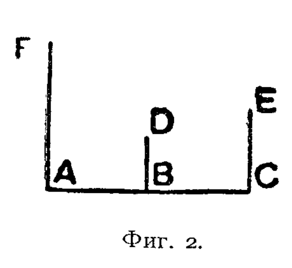
Если мы обозначимъ въ А, фиг. 1, мѣсто соотвѣтствующее яркости одной изъ шпагъ, то точки, со-

отвѣтствующія степени яркости прочихъ шпагъ, расположатся вдоль прямой линіи, подобно A, B, C и т. д.

Если примемъ во вниманіе другое качество шпагъ, напримѣръ, ихъ длину, то таковую можемъ изобразить на плоскости. Исходя изъ A, B, C, мы можемъ найти точки, соотвѣтствующія различной длинѣ шпагъ вдоль линій AF, BD, CE, проведенныхъ изъ точекъ A, B и C. Точки на этихъ линіяхъ отмѣтятъ различную мѣру длины и соотвѣтственную степень яркости каждой шпаги. Такимъ образомъ, на плоскости представляется возможнымъ изобразить всякіе оттѣнки блеска, или яркости шпагъ и мѣру ихъ длины.

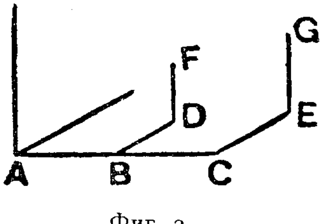


Фиг. 1.



Фиг. 2.

Желая представить третье качество, положимъ степень отточенности шпагъ, мы можемъ, какъ показано на фиг. 3, поставить нужное число вертикальныхъ линій. Пусть отложенныя разстоянія вдоль этихъ вертикальныхъ линій соотвѣтствуютъ степени отточенности шпагъ; тогда точки F и G будутъ представлять извѣстныя, опредѣленныя степени трехъ упомянутыхъ качествъ шпагъ, а все пространство будетъ служить для изображенія всѣхъ возможныхъ степеней этихъ трехъ качествъ.



Фиг. 3.

Если теперь мы внесемъ четвертое качество, такое, напримѣръ, какъ вѣсъ, и попробуемъ изыскать средства для его изображенія, подобнымъ же образомъ, какъ изобразили первыя три качества, то мы встрѣтимъ затрудненіе. Оказывается, каждая точка въ пространствѣ уже занята тѣмъ или инымъ возможнымъ сочетаніемъ трехъ взятыхъ качествъ.

Для того, чтобы указаннымъ путемъ изобразить четыре качества, намъ необходимо новое протяженіе въ пространствѣ.

Такимъ образомъ, мы можемъ указывать на природу четырехмѣрнаго пространства, утверждая, что это такой родъ пространства, который даетъ положенія для обозначенія четырехъ качествъ, подобно тому, какъ трехмѣрное пространство даетъ положенія для обозначенія трехъ качествъ.

ГЛАВА II.

Аналогія съ міромъ плоскости.

Рискуя быть нѣсколько многословнымъ, я долженъ углубиться въ переживаемый опытъ гипотетическаго существа, принужденнаго ограничиваться жизнью на плоской поверхности. Такимъ путемъ мы получимъ извѣстную аналогію, которая намъ пригодится при послѣдующихъ изслѣдованіяхъ. Совершающійся переворотъ въ нашихъ понятіяхъ въ моментъ перехода отъ формъ и движеній, наблюдаемыхъ въ мірѣ двухмѣрномъ, къ формамъ и движеніямъ трехмѣрнаго міра, послужитъ намъ образчикомъ для дальнѣйшаго слѣдованія къ понятію о существованіи въ четырехмѣрномъ пространствѣ.

Кусочекъ бумаги на гладкомъ столѣ доставитъ намъ удобное изображеніе двухмѣрнаго существованія. Если мы предположимъ, что подобное существо, представляемое кускомъ бумаги, не имѣетъ никакого понятія о своей толщинѣ, вслѣдствіе которой оно возвышается надъ поверхностью стола, то, очевидно, оно не будетъ въ состояніи составлять какое-либо понятіе и о предметахъ подобнаго ему рода иначе, какъ посредствомъ соприкосновенія съ ихъ краями. Тѣло его и объекты его міра обладаютъ толщиною, которая не производитъ никакого впечатлѣнія на его сознаніе. Такъ какъ направленіе, простирающееся перпендикулярно къ поверхности стола, для него неизвѣстно, оно станетъ думать объ объектахъ своего міра, какъ простирающихся только въ двухъ направленіяхъ. Фигуры для него вполнѣ ограничиваются линіями, подобно тому, какъ твердыя тѣла для насъ

ограничиваются своими поверхностями. Оно не можетъ представить себѣ приближенія къ центру круга иначе, какъ черезъ окружность, потому что окружность содержитъ въ себѣ центръ по единственнымъ направленіямъ, по которымъ движеніе для него возможно. Плоская поверхность, по которой оно скользитъ и съ которой оно всегда соприкасается, будетъ для него непознаваема, такъ какъ не существуетъ для него никакихъ отличительныхъ признаковъ, по которымъ оно могло бы узнать объ ея существованіи.

Но, для цѣлей нашей аналогіи, этихъ соображеній недостаточно.

Существо, такимъ образомъ описанное, ничего не имѣетъ кругомъ себя, что побуждало бы его двинуться съ мѣста; поверхность, по которой оно скользитъ, не представляетъ никакихъ основаній для предпочтенія движенія въ одномъ какомъ-нибудь направленіи. Помѣщаясь на поверхности, по которой оно свободно скользитъ, оно находится въ такомъ же почти положеніи, въ какомъ мы сами очутились бы, если бы были свободно подвѣшены въ пространствѣ. Нѣтъ ничего, что могло бы побудить его сойти съ мѣста въ какомъ-либо извѣстномъ ему направленіи.

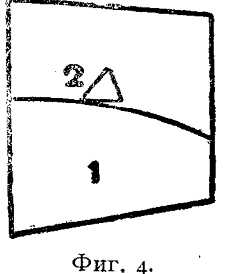
Измѣнимъ нѣсколько, поэтому, представленную нами картину. Вообразимъ себѣ вертикальную плоскость, по которой скользятъ частицы тонкой матеріи, никогда не оставляя ея поверхности. Пусть эти частицы обладаютъ силой взаимнаго притяженія и совмѣстно образуютъ кругъ; этотъ кругъ будетъ изображать какъ бы шаръ для существа, совмѣщающагося съ плоскостью. Послѣднее слѣдуетъ понимать какъ бы существующимъ на краю или на ободкѣ круга.

Пусть 1 изображаетъ, на фиг. 4, плоскій вертикальный кругъ и 2 плоское существо на немъ, стоящее на его краѣ, подобно тому, какъ мы стоимъ на поверхности нашей земли. Направленіе силы притяженія вещества круга научитъ существо познавать, что такое «верхъ» и «низъ» и опредѣлитъ для него одно направленіе въ его плоскомъ пространствѣ.

Сверхъ того, такъ какъ существо можетъ двигаться вдоль поверхности своей земли, то оно станетъ еще различать параллельное направленіе къ его поверхности, которое мы можемъ назвать «впередъ» и «назадъ».

Вмѣстѣ съ тѣмъ оно вовсе не выработаетъ понятія о направленіи «вправо» и «влѣво», направленіи, которое мы сознаемъ проэктирующимся вправо и влѣво отъ плоскости.

Для того, чтобы поставить себя въ условія плоскаго существа, мы должны предположить различіе между понятіями правый и лѣвый — несуществующимъ.



Фиг. 4.

Пусть читатель вообразитъ, что онъ смотритъ вдоль плоскости, фиг. 4, и отожествляетъ себя болѣе и болѣе съ тонкимъ существомъ на ней, пока, наконецъ, глядя вдоль параллели къ поверхности плоской земли, а также — вверхъ и внизъ, не потеряетъ чувства направленія, распространяющагося вправо и влѣво. Это направленіе будетъ для него направленіемъ неизвѣстнымъ.

Наши идеи о пространствѣ столь тѣсно связаны съ тѣми идеями, которыя въ насъ возникаютъ вслѣдствіе существованія тяготѣнія, что трудно вообразить себѣ состояніе плоскаго существа, не представляя его вмѣстѣ съ тѣмъ въ матеріальныхъ условіяхъ существованія, съ опредѣленнымъ направленіемъ вверхъ и внизъ. Отсюда вытекаетъ для насъ необходимость нѣкоторой, тщательно выработанной системы представленія вещей въ умѣ; когда значеніе такой системы будетъ вполнѣ оцѣнено, можно и обойтись безъ нея впослѣдствіи, замѣнивъ ее болѣе простымъ представленіемъ о тонкомъ предметѣ, скользящемъ по гладкой поверхности, лежащей передъ нами.

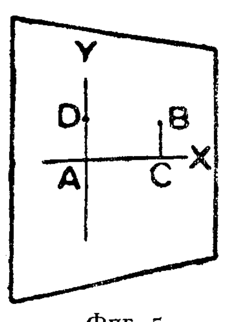
Очевидно, мы должны предположить нѣчто для объясненія того обстоятельства, благодаря которому плоское существо держится въ соприкосновеніи съ поверхностью, по которой оно скользитъ. Самое про-

стое въ данномъ случаѣ — это удовлетвориться предположеніемъ, что существуетъ поперечное тяготѣніе, въ силу котораго оно удерживается на плоскости. Это тяготѣніе мы должны представлять себѣ, какъ незамѣтное для плоскаго существа и отличное отъ того притяженія, которое обусловливается его матеріальностью.

На этой ступени нашего изслѣдованія я не намѣреваюсь входить въ объясненія, какимъ образомъ плоское существо могло бы достигнуть понятія о третьемъ измѣреніи; просто я хочу ознакомиться съ его сознаніемъ.

Очевидно, что умственный кругозоръ обитателя плоскости долженъ быть очень ограниченный. Прямая линія, направленная вверхъ отъ поверхности его земли, служитъ уже препятствіемъ его движенію впередъ. Предметъ, въ родѣ колеса или веретена, вращающійся вокругъ своей оси, былъ бы непознаваемъ для него, такъ какъ нельзя вообразить, какимъ путемъ оно могло бы достигнуть центра, не проникнувъ черезъ окружность. Такое существо, совмѣщающееся съ плоскостью, можетъ представить себѣ движеніе отъ какой-либо точки своего пространства до другой точки только посредствомъ двухъ прямыхъ линій, перпендикулярно пересѣкающихся.

Пусть такими двумя линіями будутъ оси AX и AY на фиг. 5. Оно можетъ совершить перемѣщеніе изъ A въ B, слѣдуя вдоль AX до C и затѣмъ изъ C вдоль параллельной линіи AY.



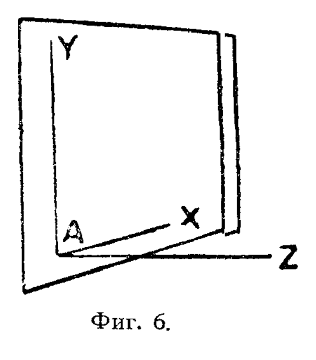
Фиг. 5.

Тотъ же результатъ, конечно, можетъ быть достигнутъ движеніемъ по линіи AY до D и затѣмъ по параллельной AX изъ D до B или какимъ-нибудь діагональнымъ движеніемъ, составленнымъ изъ этихъ двухъ осевыхъ движеній.

Посредствомъ движеній, параллельныхъ этимъ двумъ осямъ, оно можетъ передвигаться изъ любой точки своего пространства до любой другой

точки, исключая тѣхъ случаевъ, когда встрѣтитъ матеріальныя препятствія.

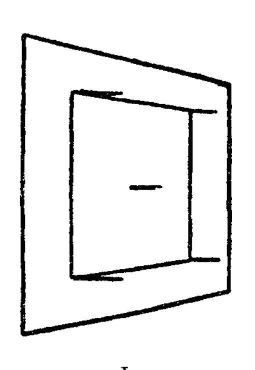
Если мы теперь предположимъ третью линію, проведенную изъ точки А подъ прямымъ угломъ къ плоскости, то, очевидно, ни одно изъ движеній по двумъ направленіямъ, знакомымъ ему, нисколько не поведетъ его къ слѣдованію по направленію AZ.



Фиг. 6.

Линіи AZ и AX опредѣляютъ плоскость. Если оно будетъ снято съ его плоскости и перенесено на плоскость AXZ, оно очутится въ мірѣ точь-въ-точь такомъ же, какъ и его собственный. Отъ каждой линіи въ его мірѣ отходитъ пространственный міръ, совершенно сходный съ его міромъ.

Изъ каждой точки въ его мірѣ можетъ быть проведена параллельная линія къ линіи AZ въ направленіи, для него невѣдомомъ. Если мы предположимъ, что квадратъ, на фиг. 7, представляетъ точный геометрическій квадратъ, то, какъ внутри его, такъ и на контурахъ, можно провести параллельныя линіи къ AZ. Совокупность этихъ линій составитъ кубическую фигуру, основаніемъ которой послужитъ квадратъ на плоскости. Если мы примемъ, что квадратъ представляетъ нѣкоторый предметъ въ мірѣ плоскаго существа, то мы должны допустить, что онъ обладаетъ нѣкоторой, хотя бы очень незначительной, толщиной, потому что каждый дѣйствительный предметъ долженъ обладать всѣми тремя измѣреніями. Само это плоское существо толщины не усматриваетъ и принимаетъ дѣйствительный предметъ за геометрическій квадратъ. Оно принимаетъ его только за площадь и не видитъ въ немъ


Фиг. 7.

никакой массивности. Края, которые выступаютъ нѣсколько изъ подъ плоскости, оно принимаетъ просто за длину, а не за толщину,—каковы, въ дѣйствительности, геометрическія линіи.

Съ первымъ шагомъ на пути ознакомленія съ третьимъ измѣреніемъ плоское существо убѣдилось бы, что оно составило себѣ раньше неправильное понятіе о природѣ своихъ матеріальныхъ вещей. Оно принимало ихъ за геометрическія фигуры о двухъ измѣреніяхъ. Если третье измѣреніе существуетъ, то такія фигуры не способны существовать реально. Такимъ образомъ, оно допустило бы, что всѣ его реальные предметы обладаютъ нѣкоторою, хотя и очень маленькою, толщиною въ направленіи неизвѣстнаго измѣренія и что условія его существованія требуютъ предположенія о существованіи большихъ размѣровъ полосы матеріи, соприкосновенія съ которою никогда не теряютъ всѣ его предметы при своемъ движеніи.

Аналогичными идеями и мы должны руководиться, предположивъ существованіе четырехмѣрнаго пространства. Мы должны предположить направленіе, указать которое мы не въ состояніи, но которое простирается отъ каждой точки нашего пространства. Мы должны провести отличіе между геометрическимъ кубомъ и кубомъ реальной матеріи. Мы должны предположить, что кубъ нашей матеріи имѣетъ нѣкоторое реальное протяженіе въ неизвѣстномъ для насъ направленіи, но столь незначительное, что оно нами не замѣчается. Изъ каждой точки внутри и на поверхности куба мы должны воображать возможнымъ, провести линію въ неизвѣстномъ для насъ направленіи. Совокупность этихъ линій составила бы высшій кубъ. Линіи, исходящія съ поверхности куба въ неизвѣстномъ направленіи, могутъ составить кубъ, соотвѣтствующій этой поверхности. Все, что мы можемъ различить изъ этого высшаго куба въ нашемъ пространствѣ, составляетъ лишь его поверхность.

Затѣмъ, подобно тому, какъ плоское существо можетъ представить себѣ какое-либо движеніе лишь по двумъ осямъ, такъ мы, въ свою очередь, мо-

жемъ представить себѣ какое-либо движеніе въ нашемъ трехмѣрномъ пространствѣ лишь посредствомъ трехъ осей. Нѣтъ ни одной точки въ нашемъ пространствѣ, къ которой мы не могли бы двигаться посредствомъ сочетанія движеній, означенныхъ направленіями этихъ осей.

Допустивъ четвертое измѣреніе, мы должны предположить существованіе четвертой оси, которую назовемъ AW. Она должна быть перпендикулярною къ каждой изъ трехъ первыхъ осей AX, AY, AZ. Подобно тому, какъ двѣ оси AX, AZ опредѣляютъ плоскость, подобную той первой плоскости, на которой мы предположили плоское существо, при чемъ вторая плоскость отходитъ отъ первой, встрѣчаясь съ ней въ одной лишь линіи, — такъ и въ нашемъ пространствѣ, какія бы мы ни взяли три оси, напримѣръ, AX, AY и AW, они опредѣлятъ пространство, совершенно подобное нашему міровому пространству. Это новое пространство отходитъ отъ нашего, но если бъ мы были въ него перенесены, то мы нашли бы себя въ пространствѣ совершенно подобномъ нашему.

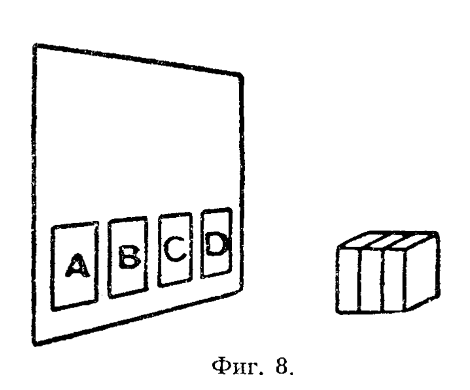
Мы должны отказаться отъ всякой попытки представить себѣ это пространство по отношенію къ нашему пространству, подобно тому, какъ плоское существо должно было бы отказаться отъ попытки представить себѣ плоскость подъ прямымъ угломъ къ своей плоскости.

Это пространство и наше отходятъ въ различныхъ направленіяхъ отъ плоскости AX, AY. Они встрѣчаются въ этой плоскости, но ничего больше не имѣютъ общаго, подобно тому, какъ плоскія пространства AX, AY и AX, AZ простираются въ разныхъ направленіяхъ и имѣютъ лишь линію AX общею.

Не останавливаясь на обсужденіи того обстоятельства, какимъ образомъ плоское существо могло бы составить себѣ какую-либо теорію о трехмѣрномъ существованіи, посмотримъ, какъ, при тѣхъ средствахъ, какія имѣлись бы въ его распоряженіи, оно

могло бы представить себѣ свойства трехмѣрныхъ предметовъ.

Плоское существо можетъ представлять себѣ наши твердыя тѣла двоякимъ образомъ. Оно можетъ думать о кубѣ, фиг. 8, какъ о чемъ-то состоящемъ изъ множества сѣченій параллельныхъ его плоскости, расположенныхъ послѣдовательно одно за другимъ въ направленіи третьяго измѣренія, при чемъ каждое изъ нихъ нѣсколько дальше отъ его плоскости, чѣмъ предыдущее. Или же оно можетъ представлять себѣ эти сѣченія, какъ рядъ фигуръ, лежащихъ въ его плоскости; но, представляя ихъ себѣ такимъ образомъ, оно нарушаетъ связь между ними и всякое сочетаніе ихъ въ высшую фигуру. Рядъ квадратовъ A, B, C, D, представляетъ сѣченія куба параллельныя плоскости, но они расположены не на соотвѣтственныхъ мѣстахъ по отношенію другъ къ другу.



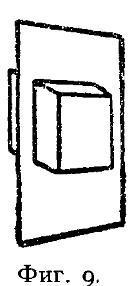
Фиг. 8.

Плоское существо можетъ вообразить себѣ движеніе въ направленіи третьяго измѣренія, только допустивъ постоянные скачки отъ одного сѣченія къ другому. Такимъ образомъ, движеніе вдоль края куба слѣва на право представлялось бы въ ряду сѣченій въ плоскости, какъ послѣдовательный рядъ угловъ сѣченій A, B, C, D. Точка, движущаяся изъ A черезъ BCD въ нашемъ пространствѣ, должна была бы представляться въ плоскости, какъ появляющаяся послѣдовательно въ A, потомъ въ B и т. д., не проходя черезъ промежуточное пространство плоскости.

Въ этихъ сѣченіяхъ плоское существо, конечно, не принимаетъ во вниманіе протяженіе въ третьемъ измѣреніи; разстоянія между каждыми двумя сѣченіями оно не представляетъ себѣ. Для того, чтобы

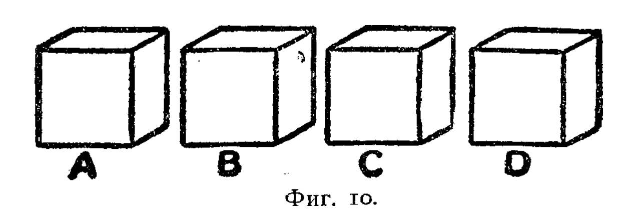
представить себѣ это разстояніе, надо имѣть соотвѣтственное понятіе о движеніи.

На фиг. 9 изображенъ кубъ, движущійся поперекъ плоскости. Онъ будетъ казаться плоскому существу квадратнымъ предметомъ, но вещество, изъ котораго состоитъ этотъ предметъ, постоянно будетъ измѣняться. Одни матеріальныя частицы занимаютъ послѣдовательно мѣста другихъ, но онѣ ни приходятъ откуда-нибудь, ни уходятъ куда-нибудь въ пространствѣ, которое знакомо плоскому существу.


Фиг. 9.

Аналогичный способъ представленія высшаго кубическаго тѣла примѣнимъ и въ случаѣ, касающемся насъ самихъ; онъ заключается въ представленіи себѣ этого тѣла раздѣленнымъ на множество сѣченій, каждое изъ которыхъ помѣщается нѣсколько дальше въ неизвѣстномъ направленіи, чѣмъ предъидущее.

Мы можемъ представить себѣ эти сѣченія, какъ нѣкоторое количество твердыхъ тѣлъ. Такимъ образомъ, кубы A, B, C, D, могутъ быть разсматриваемы, какъ сѣченія высшаго куба на различныхъ проме-



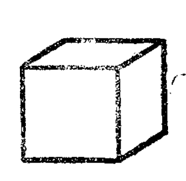
Фиг. 10.

жуткахъ въ неизвѣстномъ измѣреніи. Располагая ихъ въ такомъ порядкѣ, мы нарушаемъ дѣйствительную связь, какая должна существовать въ высшей фигурѣ, но это въ данномъ случаѣ для насъ не важно.

Движеніе въ четвертомъ измѣреніи отъ A черезъ B, C и т. д. будетъ безпрерывнымъ, но мы можемъ представить его себѣ, какъ послѣдовательное занятіе положеній A, B, C и т. д. Мы можемъ показать результаты движенія въ разные періоды, но не болѣе.

Въ этомъ своемъ представленіи мы не принимаемъ во вниманіе разстояній между сѣченіями; мы разсматривали высшее тѣло просто какъ рядъ сѣченій и выкинули пространство, содержимое между ними. Единственный путь показать это содержимое — это обратиться къ помощи понятія о движеніи.

Если высшій кубъ проходитъ поперекъ нашего пространства, онъ будетъ виденъ намъ какъ кубъ изолированный въ пространствѣ: та часть его, которая не вошла въ наше пространство и та часть, которая изъ него вышла, не будутъ видимы. Постепенное прохожденіе высшаго куба черезъ наше пространство будетъ казаться намъ лишь перемѣною въ составѣ его матеріи. Одна матеріальная его частица появляется за другою, но мы не можемъ указать ни откуда онѣ приходятъ, ни въ какомъ направленіи уходятъ. Такимъ образомъ, судя по продолжительности явленія намъ фигуры, мы можемъ заключать о высшей ея протяженности. Кубъ нашей матеріи при данныхъ условіяхъ, т. е. при движеніи его поперекъ нашего пространства, моментально исчезъ бы. Высшій кубъ будетъ виденъ пока не пройдетъ поперекъ нашего пространства всей своей протяженностью въ четвертомъ измѣреніи.



Фиг. 11.

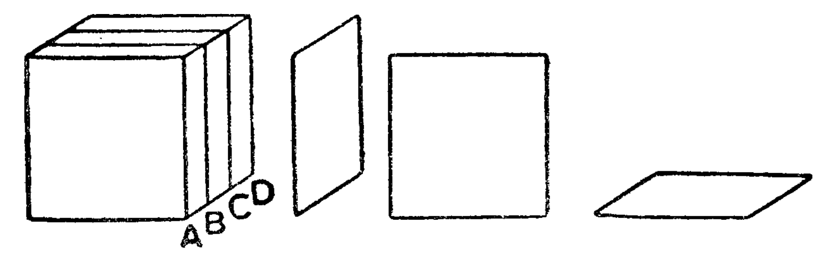
Подобно тому, какъ плоское существо можетъ представлять себѣ нашъ кубъ состоящимъ изъ сѣченій, подобныхъ извѣстной ему фигурѣ и простирающихся внѣ его плоскости, точно также и мы можемъ представлять себѣ высшее кубическое тѣло состоящимъ изъ сѣченій, подобныхъ извѣстному намъ кубическому тѣлу, но простирающихся внѣ нашего пространства.

Такимъ образомъ, мы можемъ смотрѣть на высшій кубъ, какъ на нѣчто начинающееся отъ куба въ нашемъ пространствѣ и простирающееся въ неизвѣстномъ направленіи.

Возьмите грань А и вообразите, что она существуетъ просто какъ сторона куба, какъ квадратъ,

не имѣющій никакой протяженности въ толщину. Отъ этой грани кубъ простирается въ нашемъ пространствѣ, занимая нѣкоторый объемъ, въ чемъ мы можемъ удостовѣриться.

Но отъ этой же грани простирается также кубъ въ неизвѣстномъ пространствѣ. Взявъ рядъ сѣченій A, B, C, D и т. д., мы можемъ представлять себѣ, что въ высшемъ кубѣ каждое изъ этихъ сѣченій образуетъ свой кубъ. Эти кубы ничего общаго другъ съ другомъ не имѣютъ и отъ каждаго изъ нихъ,



Фиг. 12.

въ данномъ положеніи, все что мы имѣемъ въ нашемъ пространствѣ, составляетъ отдѣльный квадратъ. Мы можемъ, очевидно, взять рядъ нашихъ сѣченій въ какомъ угодно порядкѣ. Мы можемъ, напримѣръ, взять ихъ параллельными одной изъ трехъ граней куба, показанныхъ на чертежѣ (фиг. 12). Соотвѣтственно тремъ рядамъ сѣченій подъ прямымъ угломъ другъ къ другу, какія представляется возможнымъ сдѣлать въ кубѣ, мы должны воображать, что высшій кубъ состоитъ изъ кубовъ, исходящихъ отъ квадратовъ, параллельныхъ гранямъ нашего куба, и что все, что существуетъ въ нашемъ пространствѣ отъ этихъ кубовъ, составляетъ лишь отдѣльные квадраты, отъ которыхъ они исходятъ.

ГЛАВА III.

Значеніе четырехмѣрнаго существованія.

Теперь, установивъ понятіе о четырехмѣрномъ пространствѣ и проведя аналогію, которая, безъ дальнѣйшихъ геометрическихъ затрудненій, даетъ намъ возможность приступить къ изслѣдованію свойствъ этого пространства, я попрошу читателя, который интересуется, главнымъ образомъ, механической стороной предмета, обратиться къ главамъ VI и VII. Въ настоящей главѣ я поговорю объ общемъ значеніи этого изслѣдованія, а въ слѣдующихъ двухъ — объ историческомъ происхожденіи идеи.

Во-первыхъ, въ отвѣтъ на представляющійся вопросъ — имѣются ли какія-либо доказательства тому, что мы находимся, дѣйствительно, въ четырехмѣрномъ пространствѣ, я вернусь назадъ, къ аналогіи міра въ плоскости.

Существо въ мірѣ плоскости не можетъ имѣть никакого опыта въ отношеніи трехмѣрныхъ формъ, но оно можетъ имѣть опытъ въ отношеніи трехмѣрныхъ движеній.

Мы видѣли, что его матерія должна имѣть нѣкоторое, хотя и очень малое, протяженіе въ третьемъ измѣреніи, почему въ малыхъ частицахъ матеріи трехмѣрныя движенія могутъ быть легко наблюдаемы. Однако, во всѣхъ этихъ движеніяхъ могутъ быть видимы только конечные ихъ результаты. А такъ какъ всѣ движенія, доступныя по своимъ размѣрамъ для наблюденія въ мірѣ плоскости, двухмѣрны, то плоское существо будетъ въ состояніи замѣтить въ двухмѣрномъ мірѣ только результаты мелкихъ трех-

мѣрныхъ движеній. Поэтому будутъ происходить такія явленія, которыя объяснить оно не будетъ въ состояніи посредствомъ своей теоріи механики, — будутъ наблюдаться движенія, которыхъ оно не объяснитъ своей теоріею движенія. Слѣдовательно, чтобы опредѣлить, находимся ли мы въ четырехмѣрномъ мірѣ, необходимо изслѣдовать феномены движенія въ нашемъ пространствѣ. Если представляются движенія, которыя необъяснимы съ точки зрѣнія нашей трехмѣрной механики, то мы это должны принять за указаніе на возможность четырехмѣрнаго движенія; а если, сверхъ того, можно было бы показать, что такія движенія являются послѣдствіемъ четырехмѣрнаго движенія мельчайшихъ частицъ тѣлъ или эфира, мы заручились бы большой вѣроятностью въ пользу реальности четвертаго измѣренія.

Путемъ процесса подраздѣленія матеріи на все болѣе тонкія составныя ея части, мы приходимъ къ такимъ формамъ вещества, которыя обладаютъ совершенно отличными свойствами отъ тѣхъ свойствъ, какими обладаютъ большія массы. Очень вѣроятно, что, на извѣстной ступени этого процесса, мы придемъ къ формѣ матеріи такого мелкаго подраздѣленія, что ея частицы обладаютъ свободою движенія въ четырехъ измѣреніяхъ. Форма матеріи, которую я подразумѣваю — это эфиръ; ему я приписываю свойства приблизительно тѣ же, что и совершенной жидкости.

Откладывая подробное обсужденіе свойствъ этой матеріи до главы VI, мы теперь займемся разсмотрѣніемъ способовъ, посредствомъ которыхъ обитатель плоскости можетъ придти къ заключенію, что трехмѣрныя движенія существуютъ въ его мірѣ; этимъ мы отмѣтимъ аналогію, которая дастъ намъ право заключить о существованіи четырехмѣрныхъ движеній въ нашемъ мірѣ. Такъ какъ протяженность матеріи въ мірѣ обитателя плоскости очень мала въ третьемъ измѣреніи, то явленія, по которымъ онъ могъ бы заключить о такомъ движеніи, принадлежали бы лишь къ разряду движеній очень малыхъ частицъ матеріи.

Предположите нѣкоторое кольцо, совпадающее съ его плоскостью. Мы можемъ вообразить себѣ вокругъ кольца токи, протекающіе въ любомъ изъ двухъ противоположныхъ направленій. Они произведутъ неодинаковыя слѣдствія и возникнутъ два различныхъ поля вліянія. Если бы это кольцо, съ извѣстнымъ направленіемъ тока, приподнять, перевернуть и положить обратно на плоскость, то оно оказалось бы тожественнымъ съ тѣмъ кольцомъ, въ которомъ пробѣгалъ бы токъ въ противоположномъ направленіи. Такого рода манипуляція невозможна для самого обитателя плоскости. Такимъ образомъ, онъ получилъ бы въ своемъ пространствѣ два несовмѣстимыхъ объекта, а именно, два поля вліянія, благодаря двумъ кольцамъ, въ которыхъ пробѣгаютъ токи въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ. Подъ именемъ несовмѣстимыхъ объектовъ я подразумѣваю объекты, которые нельзя превратить одинъ въ другой какимъ бы то ни было передвиженіемъ въ плоскости.

Вмѣсто токовъ, различно пробѣгающихъ въ кольцахъ, мы можемъ вообразить себѣ токи, различающіеся въ качественномъ отношеніи. Представьте себѣ извѣстное количество маленькихъ колецъ, нанизанныхъ на первоначальное кольцо. Токъ, проходящій по этимъ вторымъ кольцамъ, вызоветъ двѣ разновидности слѣдствій, или образуетъ два различныя поля вліянія, соотвѣтственно своему направленію. Эти двѣ разновидности тока могутъ быть превращены въ одну, если приподнять одно изъ колецъ и, перевернувъ его, положить обратно въ плоскость. Такой процессъ невозможенъ для обитателя плоскости, слѣдовательно и въ этомъ случаѣ получатся два несовмѣстимыхъ поля въ плоскости. И вотъ, если обитатель плоскости обнаружитъ два такихъ несовмѣстимыхъ поля и если будетъ въ состояніи доказать, что причину несовмѣстимости нельзя приписать токамъ въ первоначальныхъ кольцахъ, то онъ можетъ допустить существованіе токовъ вокругъ нихъ, т. е. въ кольцахъ, на нихъ нанизанныхъ. Такимъ образомъ, онъ придетъ къ предположенію существованія трехмѣрнаго дви-

женія, такъ какъ такое расположеніе токовъ является уже въ третьемъ измѣреніи.

Въ нашемъ пространствѣ есть два поля различныхъ свойствъ, которыя могутъ быть получены посредствомъ электрическаго тока, пробѣгающаго въ замкнутомъ кругѣ или въ кольцѣ. Эти два поля могутъ быть превращаемы одно въ другое перемѣною токовъ, но такого результата нельзя достигнуть какимъ-либо переворачиваніемъ колецъ въ нашемъ пространствѣ, потому что расположеніе поля по отношенію къ самому кольцу различно, когда мы переворачиваемъ кольцо и когда мы измѣняемъ направленіе тока въ кольцѣ.

Въ качествѣ гипотезы для объясненія различій между этими двумя полями и ихъ слѣдствіями, мы можемъ предположить слѣдующіе роды движеній въ нашемъ пространствѣ: 1) токъ вдоль кондуктора и 2) токъ вокругъ кондуктора, т. е. кольца токовъ, нанизанныхъ на кондукторъ, какъ на ось. Ни одно изъ этихъ предположеній не объясняетъ наблюдаемыхъ фактовъ.

Слѣдовательно, намъ приходится сдѣлать предположеніе о четырехмѣрномъ движеніи. Мы находимъ, что нѣкоторое четырехмѣрное вращеніе, сущность котораго объясняется въ одной изъ послѣдующихъ главъ, отличается слѣдующими характерными особенностями. Во-первыхъ оно даетъ намъ два поля вліянія, одно изъ которыхъ могло бы быть превращено въ другое, если бы приподнять приборъ въ четвертое измѣреніе и, перевернувъ его, поставить вновь въ наше пространство, точь-въ-точь, какъ два рода полей въ плоскости могли бы быть превращены одно въ другое переворачиваніемъ тока въ нашемъ пространствѣ. Во-вторыхъ, оно заключаетъ въ себѣ феноменъ совершенно тожественный съ замѣчательной и таинственной характерной особенностью электрическаго тока, а именно, оно является полемъ дѣйствія, край котораго необходимо примыкаетъ къ непрерывной границѣ, образуемой кондукторомъ. Значитъ, допустивъ существованіе четырехмѣрнаго дви-

женія въ области мельчайшихъ частицъ матеріи, мы должны разсчитывать найти движеніе, аналогичное съ электричествомъ.

Опять же и феноменъ такого всемірнаго значенія, какъ электричество, не можетъ быть обязанъ своимъ существованіемъ какому-либо сложному отношенію между матеріей и движеніемъ; въ немъ слѣдуетъ видѣть простое и естественное слѣдствіе ихъ свойствъ. Я убѣжденъ, что затрудненіе въ созданіи удовлетворительной теоріи въ этой области возникаетъ изъ попытки объяснить четырехмѣрный феноменъ трехмѣрной геометріей.

Не теряя изъ виду такого рода свидѣтельства, мы не можемъ пренебречь и свидѣтельствомъ, какое доставляетъ намъ существованіе симметріи. Въ связи съ этимъ, я упомяну о простомъ способѣ получать изображенія насѣкомыхъ, — способѣ, который иногда практикуется дѣтьми. Они ставятъ на кускѣ бумаги по прямой линіи нѣсколько чернильныхъ кляксъ, сгибаютъ вдоль нихъ бумагу и, развернувъ ее, любуются подобіемъ насѣкомыхъ. Находя въ природѣ множество подобныхъ формъ, мы готовы были бы заключить, что онѣ производятся путемъ какого-то процесса сгибанія; но вѣроятность противъ такого рода удваиванія частей организма слишкомъ велика для того, чтобы придти къ убѣжденію, что онѣ образовались иначе.

Происхожденіе симметрическихъ формъ организованныхъ существъ нельзя, конечно, приписать выворачиванію сколько-нибудь замѣтныхъ размѣровъ тѣлъ въ четырехмѣрномъ пространствѣ; но легко вообразить, что оно объясняется предрасположеніемъ такого рода малѣйшихъ, обладающихъ жизнью, частицъ, изъ которыхъ эти тѣла состоятъ. Такимъ образомъ, не только электричество, но сама жизнь и процессы, благодаря которымъ мы мыслимъ и чувствуемъ, должны быть приписаны вліянію той важной области, въ которой совершаются четырехмѣрныя движенія.

Я не думаю, однако, утверждать, что жизнь можетъ быть объяснена четырехмѣрнымъ движеніемъ. Мнѣ

кажется, что вся сила мысли, которая добивается объясненія феноменовъ жизни и воли въ зависимости отъ какого-то особеннаго отношенія между матеріей и движеніемъ, примѣняется скорѣе въ интересахъ объяснимости вещей, чѣмъ съ какимъ-нибудь разсчетомъ на вѣроятность.

Конечно, если бы могли показать, что жизнь есть лишь феноменъ движенія, то мы въ состояніи были бы объяснить очень многое изъ того, что теперь представляется совершенно необъяснимымъ. Но существуютъ два большихъ препятствія на этомъ пути. Необходимо было бы доказать, что въ зародышѣ, способномъ къ развитію въ живое существо, имѣются видоизмѣненія структуры, способныя опредѣлить въ развитомъ зародышѣ всѣ характеристическія особенности его вида, и не только это, но еще способныя опредѣлить особенности всѣхъ потомковъ такого вида въ безконечныхъ его поколѣніяхъ. Такая сложность механическихъ отношеній, при всей своей очевидности, не можетъ быть признана лучшимъ путемъ для классификаціи явленій и для практическаго объ нихъ отчета. Другое препятствіе заключается въ томъ, что и самая высшая степень механическаго приспособленія не дастъ того элемента сознанія, которымъ мы обладаемъ и которымъ обладаетъ, хотя и въ меньшей значительно мѣрѣ, весь животный міръ.

Возьмемъ такія сложныя сооруженія, которыя строятся и управляются людьми, какъ, напримѣръ, корабль, или желѣзнодорожный поѣздъ. Если ихъ наблюдать съ такого разстоянія, что руководящіе ими люди не будутъ видны, то, кажется, будто они проявляютъ извѣстные признаки жизни. Но эта внѣшность одухотворенія не является слѣдствіемъ распространенія жизни въ матеріальныхъ частяхъ сооруженія, а свидѣтельствуетъ лишь о присутствіи на немъ живого существа.

Древняя гипотеза о душѣ, о живущемъ организмѣ внутри видимаго организма, кажется мнѣ много болѣе раціональною, чѣмъ попытки видѣть въ жизни лишь форму движенія. И когда мы принимаемъ въ сообра-

женіе область чрезвычайнаго утонченія матеріи, характеризуемую четырехмѣрнымъ движеніемъ, затрудненіе представить себѣ такой организмъ, рядомъ съ тѣлеснымъ организмомъ, — исчезаетъ. Лордъ Кельвинъ предполагаетъ, что матерія образовалась изъ эфира. Мы въ правѣ также предполагать, что живущіе организмы, управляющіе матеріальными организмами, координируются съ ними и не состоятъ изъ матеріи, а представляютъ эфирныя тѣла, способныя въ качествѣ таковыхъ двигаться въ эфирѣ и давать начало матеріальнымъ живымъ тѣламъ въ минеральномъ царствѣ.

Подобныя гипотезы не находятъ пока почвы въ физическомъ мірѣ ни для доказательствъ, ни для опроверженій. Обратимся, поэтому, къ нѣсколько иному полю изслѣдованія. Предположимъ, что человѣческая душа есть бытіе четырехмѣрное, само по себѣ способное къ четырехмѣрнымъ движеніямъ, но въ своемъ земномъ опытѣ ограниченное чувствами къ познаванію лишь трехмѣрнаго міра. Спросимъ теперь, соотвѣтствуетъ ли наше предположеніе исторіи мысли человѣка, т. е. соотвѣтствуетъ ли той его продуктивности, которая составляетъ его характерную особенность. Разсмотримъ тѣ ступени, по которымъ человѣкъ, предполагаемое четырехмѣрное бытіе, вопреки своимъ физическимъ условіямъ существованія, пришелъ къ сознанію факта четырехмѣрнаго существованія.

Откладывая это изслѣдованіе до слѣдующей главы, я ограничусь здѣсь краткою аргументаціею для того, чтобы удостовѣрить, что преслѣдуемая нами цѣль всецѣло относится лишь къ фактической сторонѣ дѣла и совершенно независима отъ какихъ-либо философскихъ или метафизическихъ умозрѣній.

Если сдѣлано два выстрѣла въ мишень, при чемъ вторая пуля легла не въ то же самое мѣсто мишени, гдѣ легла первая, мы предполагаемъ, что было нѣкоторое различіе въ условіяхъ, при которыхъ состоялся второй выстрѣлъ, отъ тѣхъ условій, какія сопровождали первый выстрѣлъ. Сила пороха, на-

правленіе линіи прицѣливанія, скорость вѣтра, или какое-нибудь иное условіе должно было отличаться во второмъ случаѣ, если полетъ пули не былъ точь въ точь такимъ же, какъ въ первомъ случаѣ. Соотвѣтственно каждому несходству въ результатѣ должно быть нѣкоторое несходство въ предшествовавшихъ матеріальныхъ условіяхъ. Такимъ образомъ, восходя къ источнику цѣли отношеній, мы объясняемъ природу вещей.

Но существуетъ также и другой родъ объясненій, который тоже примѣняется нами. Если мы, напримѣръ, справляемся, какая тому причина, что извѣстнаго типа корабль былъ построенъ, или если спрашиваемъ, почему было поставлено такое-то зданіе, мы могли бы приступить къ изслѣдованію перемѣнъ въ мозговыхъ клѣточкахъ людей, задумавшихъ эти постройки. Всякое измѣненіе въ одномъ суднѣ или зданіи, въ сравненіи съ другими судномъ или зданіемъ, сопровождается перемѣною въ процессахъ, совершающихся въ мозговомъ веществѣ самихъ изобрѣтателей. Но практически это привело бы къ очень сложной и длинной задачѣ.

Болѣе практическимъ способомъ объясненія данныхъ, касающихся постройки корабля или строенія, было бы прямо спросить людей, ихъ построившихъ, относительно причинъ, плановъ и цѣлей, имѣвшихся въ виду. Основательное и существенное знаніе мы легче всего получаемъ послѣднимъ путемъ.

Иногда мы обращаемся къ одному способу объясненія, иногда къ другому.

Но надо замѣтить, что методъ объясненія, основывающійся на выясненіи цѣли, намѣренія, воли,— всегда предполагаетъ такую механическую систему, въ которой отправнымъ пунктомъ являются цѣль и воля. Идея о человѣкѣ, какъ о дѣятелѣ, руководящемся желаніемъ и дѣйствующимъ изъ разныхъ побудительныхъ причинъ, заключаетъ въ себѣ идею о множествѣ однообразныхъ процессовъ природы, которые онъ можетъ измѣнить и къ которымъ можетъ примѣниться. При механическихъ условіяхъ трехмѣр-

наго міра единственный волевой дѣятель, котораго мы въ состояніи обнаружить — это человѣческій дѣятель. Но когда мы обращаемся къ четырехмѣрному міру, вопросъ остается совершенно открытымъ.

Методъ объясненія, основанный на изслѣдованіи намѣренія и цѣли, надо полагать, не начинается въ природѣ внезапно съ человѣкомъ и съ нимъ, столь же внезапно, не кончается. Волю и побудительныя причины, усматриваемыя нами въ дѣйствіяхъ человѣка, мы можемъ усматривать и въ явленіяхъ движенія; они принадлежатъ къ одной и той же категоріи, но не могутъ быть превратимы одни въ другія. Начало же изслѣдованія той воли и той побудительной причины, которыя скрыты за волею и побудительною причиною, проявляющимися въ трехмѣрной механической области, заложено въ познавательныхъ способностяхъ самой души, — того четырехмѣрнаго организма, который выражаетъ свое высшее физическое бытіе въ симметріи тѣла и опредѣляетъ цѣли и побудительныя причины человѣческаго существованія.

Наша главная задача заключается въ томъ, чтобы выработать систематическое представленіе о феноменахъ четырехмѣрнаго міра и указать на тѣ вопросы, выясненію которыхъ оно должно послужить въ видахъ усовершенствованія нашего механическаго истолкованія вселенной. Но дополнительное содѣйствіе въ дѣлѣ повѣрки и подтвержденія гипотезы можетъ быть достигнуто путемъ разсмотрѣнія исторіи человѣческой мысли и путемъ выясненія того обстоятельства, не представляетъ ли она тѣхъ особенностей, какихъ естественно слѣдовало впередъ ожидать.

ГЛАВА IV.

Первая глава исторіи четырехмѣрнаго пространства.

Между греческимъ философомъ Парменидомъ и азіатскими мыслителями была тѣсная, родственная связь мысли. Они предлагали теорію существованія, которая была близка къ умозрѣніямъ о возможныхъ отношеніяхъ между пространствами высшаго и низшаго измѣреній. Эта сравнительно древняя теорія, значительно отличающаяся отъ главнаго теченія мысли, съ которымъ мы познакомимъ читателя впослѣдствіи, образуетъ нѣчто совершенно самостоятельное. Она принадлежитъ къ числу тѣхъ доктринъ, которыя во всѣ времена привлекали къ себѣ чистый разумъ и которыя представляютъ естественный родъ мысли для тѣхъ, кто не склоненъ навязывать природѣ свою собственную волю подъ маскою закона причинности.

Согласно воззрѣніямъ Парменида, принадлежавшаго къ школѣ елейской, — весь міръ есть нѣчто единое, неподвижное, неизмѣнное. Нѣчто постоянное среди преходящаго и скоротечнаго, — прочная опора для мысли, надежный оплотъ для чувства. Отъ степени раскрытія этого нѣчто зависитъ весь укладъ нашей жизни. Это не призракъ. Среди лжи и обмана оно является сущностью истиннаго бытія, вѣчнаго, непоколебимаго, единственнаго. Такъ говоритъ Парменидъ.

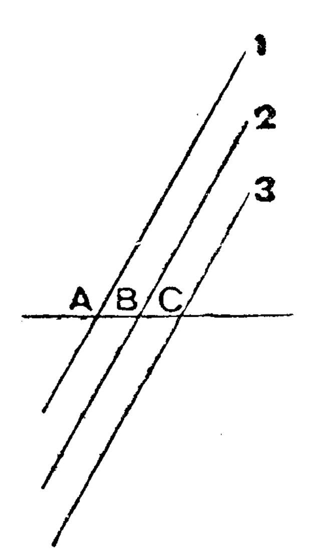
Но какъ объяснить перемѣнчивость сцены, — все это непостоянство и превратность вещей!

«Иллюзія», отвѣчаетъ Парменидъ. Распознавая между истиною и заблужденіемъ, онъ говоритъ объ истинной доктринѣ, объ единой — о невѣрности мнѣ-

нія, будто міръ измѣнчивъ. Онъ не менѣе достопамятенъ по пріемамъ своей защиты, чѣмъ по самому дѣлу, которое защищаетъ. Кажется, будто, благодаря найденной имъ прочной опорѣ бытія, онъ можетъ свободно играть мыслями, подъ бременемъ которыхъ другіе изнемогаютъ; отъ него, собственно, получаетъ начало та легкость предположенія и гипотезы, которая составляетъ основу діалектики Платона.

Можно ли представить себѣ болѣе забавную мысленную картину, чѣмъ та, какую изображаетъ собою Парменидъ, указывающій на единое, истинное, неизмѣнное и, однако, охотно обсуждающій всякаго рода фальшь, выдаваемую за космогонію, хотя и явно ложную, «но мою собственную», согласно нравамъ его времени?

Для поддержки истины и правильнаго мнѣнія онъ начинаетъ съ отрицанія, указывая на противорѣчія въ идеяхъ объ измѣнчивости и о движеніи. Сомнительно, чтобы его взгляды, за исключеніемъ второстепенныхъ пунктовъ, были когда-либо успѣшно опровергнуты. Чтобы выразить его ученіе современнымъ, полновѣснымъ образомъ, мы должны сказать: движеніе не реально, а феноменально.



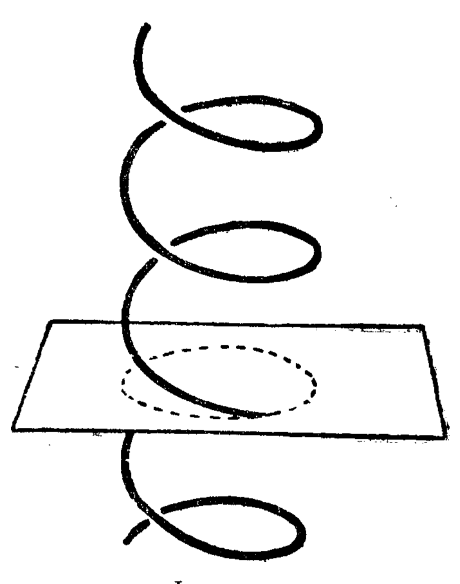
Фиг. 13.

Познакомимся съ его доктриною.

Вообразите полосу стоячей воды, въ которую вертикально внизъ погружается палка, удерживаемая въ косвенномъ положеніи. Пусть 1, 2, 3 (фиг. 13) будутъ три послѣдовательныя положенія палки. A, B, C, будутъ три послѣдовательныя положенія встрѣчи палки съ поверхностью воды. По мѣрѣ того, какъ палка погружается, точка встрѣчи ея съ водою будетъ отодвигаться отъ A къ B и C.

Представьте теперь, что вся вода удалена за исключенiемъ верхней пленки. Въ мѣстѣ встрѣчи пленки и палки получится перерывъ пленки. Если мы предположимъ, что пленка, подобно мыльному пузырю, обладаетъ свойствомъ плотно обхватывать проникающiй въ нее предметъ, то по мѣрѣ того, какъ палка движется вертикально внизъ, перерывъ въ пленкѣ будетъ двигаться впередъ.

Если мы пропустимъ спираль черезъ пленку, то въ пересѣченiи спирали съ пленкою получится точка, движущаяся по кругу, обозначенному на чертежѣ пунктиромъ. Предположите теперь, что спираль остановилась, а пленка движется вертикально вверхъ; тогда вся спираль будетъ воспроизводиться въ пленкѣ послѣдовательными положенiями точки пересѣченiя. Въ пленкѣ продолжительное существованiе спирали будетъ испытываться какъ порядокъ во времени, а слѣдъ прохожденiя спирали обозначится точкою, движущеюся по кругу. Если же мы предположимъ нѣкоторое сознанiе въ пленкѣ такъ, что пересѣченiе ея со спиралью обусловитъ извѣстный сознательный опытъ, то окажется, что на ней будетъ восприниматься только движенiе точки по кругу и ничего не будетъ извѣстно о дѣйствительной спирали, послѣдовательное пересѣченiе которой съ пленкою есть результатъ движенiя точки.



Фиг. 14.

Вообразимъ себѣ, что строенiе этой спирали очень сложно, что она состоитъ изъ разныхъ волоконъ и

что сложность ея строенія можно наблюдать въ каждомъ изъ ея сѣченій. Если мы примемъ пересѣченія этихъ волоконъ съ пленкою, во время движенія послѣдней, за атомы, составляющіе вселенную пленки, то мы получимъ въ пленкѣ особый міръ видимаго движенія; мы получимъ тѣла, соотвѣтствующія волокнистому строенію спирали и положенія этихъ строеній по отношенію другъ къ другу обусловятъ появленіе тѣлъ въ пленкѣ, двигающихся по отношенію другъ къ другу. Это взаимное передвиженіе будетъ лишь кажущимся. Въ дѣйствительности строеніе волоконъ спирали неподвижно и всѣ относительныя движенія объясняются однимъ неизмѣннымъ движеніемъ всей пленки, какъ цѣлаго.

Такимъ образомъ, мы можемъ вообразить себѣ плоскій міръ, въ которомъ все возникающее разнообразіе движенія есть лишь результатъ строенія атомовъ волоконъ, проходящихъ въ плоскости сознанія. Обращаясь къ четырехмѣрному и къ нашему пространствамъ, мы можемъ вообразить себѣ, что всѣ вещи и всякое движеніе въ нашемъ мірѣ представляютъ лишь внѣшность неизмѣнной реальности въ пространствѣ, доступномъ нашему сознанію. Каждый атомъ въ каждый данный моментъ не есть то, чѣмъ онъ только что былъ, но представляетъ новую часть той безконечной линіи, которая существуетъ сама въ себѣ. И вся эта система, послѣдовательно раскрывающаяся во времени, которое есть лишь послѣдовательность сознанія, какъ бы она ни казалась раздѣленною на части, въ своемъ цѣломъ представляетъ одно лишь единство. Воспроизводя доктрину Парменида таким образомъ, мы вѣрнѣе ее схватываемъ, чѣмъ если прислушиваемся къ его напыщеннымъ, громоздкимъ словамъ. Мы достигаемъ также возможности прослѣдить ходъ той восточной мысли, которой заключенія Парменида не были чужды. Возвращаясь къ плоскости сознанія и къ строенію атомовъ волоконъ, предположимъ, будто сами эти атомы движутся, дѣйствуютъ, живутъ. Тогда въ поперечномъ движеніи пленки будутъ наблюдаться два феномена дви-

женія, однимъ изъ которыхъ будетъ впечатлѣніе, получающееся въ пленкѣ отъ неизмѣнно существующихъ волоконъ самихъ въ себѣ, а другимъ — впечатлѣніе отъ движенія, порождаемаго измѣненіями самихъ атомовъ, въ силу ихъ собственнаго движенія во время процесса прохожденія черезъ плоскость пленки.

Слѣдовательно, сознательный обитатель плоскости будетъ получать, какъ будто, двоякій опытъ. Прохожденіе предмета какъ одного цѣлаго, пересѣченіе котораго съ пленкою обусловливаетъ его сознаніе, — всѣ эти главныя, массовыя движенія произведутъ впечатлѣніе, соотвѣтствующее его высшему существованію, недвижимому и недѣятельному. Мелкія же измѣненія и уклоненія отъ этихъ главныхъ движеній и дѣйствій будутъ представлять дѣятельность и самоопредѣленіе совершеннаго бытія, его высшаго Я.

Можно еще предположить, что сознаніе въ плоскости имѣетъ также свою долю и въ томъ проявленіи воли, которою опредѣляется совершенное существованіе. Такимъ образомъ, побудительныя причины и воля, иниціатива и жизнь высшаго бытія выразились бы и для обитателя пленки въ иниціативѣ и волѣ, способныхъ повліять не на какія-либо важныя обстоятельства и перемѣны въ его существованіи, но только на сравнительно маловажную и незначительную его дѣятельность. Во всѣхъ главныхъ событіяхъ его жизни опытъ давалъ бы ему право заключить о такомъ видѣ существованія высшаго бытія, который опредѣляетъ его собственное существованіе, по мѣрѣ того, какъ пленка подвигается впередъ. Но въ своихъ мелкихъ и очевидно не важныхъ дѣйствіяхъ онъ обладалъ бы той волей и вліяніемъ на свою жизнь, посредствомъ которыхъ существо, ему подобное, дѣйствуетъ и живетъ.

Измѣненіе въ высшемъ бытіи соотвѣтствовало бы для него измѣненію условій жизни. Предположимъ теперь, что пленка за пленкою проходитъ по этимъ высшимъ структурамъ, что жизнь реальнаго бытія

все вновь и вновь изучается послѣдовательными волнами сознанія. Получился бы рядъ существованій въ различныхъ совершенствующихся плоскостяхъ сознанія, изъ коихъ каждое существованіе отличалось бы отъ предъидущаго и отличалось бы въ силу той воли и той дѣятельности, которыя въ предъидущихъ существованіяхъ не посвящались ни болѣе важнымъ, ни, повидимому, самымъ значительнымъ обстоятельствамъ жизни, но, напротивъ, мелкимъ и, повидимому, неважнымъ. Во всѣхъ важныхъ дѣлахъ обитатель пленки черпаетъ волю въ жизни своего собственнаго Я, какъ это всегда и между нами бываетъ. Въ маловажныхъ вещахъ онъ сообразуется съ той волей, благодаря которой высшее бытіе живетъ, дѣйствуетъ и измѣняется.

Такимъ образомъ, мы достигаемъ понятія о жизни измѣняющейся и развивающейся какъ цѣлое, о жизни, въ которой наша отчужденность, скоротечность и бренность только кажутся такими, но которая въ своемъ теченіи и въ своихъ результатахъ измѣняется и развивается. Сила же, измѣняющая и исправляющая жизнь въ ея цѣломъ, исходитъ изъ той воли и того могущества, которыми ограниченное бытіе руководится, направляется и измѣняется въ мелкихъ, незначительныхъ обстоятельствахъ своего существованія.

Перенося эти понятія въ область идей о высшемъ измѣреніи, проходимомъ плоскостью сознанія, мы получаемъ освѣщеніе мысли, находившей частое и разнообразное выраженіе. Когда, однако, мы спрашиваемъ себя, какую степень достовѣрности она въ себѣ заключаетъ, мы должны признать, что, поскольку мы въ состояніи судить, она чисто лишь символична. Истинный путь изслѣдованія въ области высшаго измѣренія пролегаетъ въ иномъ направленіи.

Значеніе доктрины Парменида заключается въ томъ, что и здѣсь повторяется то же, съ чѣмъ встрѣчаемся повсюду. Понятія, составляемыя человѣкомъ о себѣ, если только онъ ихъ не слагаетъ подъ вліяніемъ своего внѣшняго опыта, имѣютъ поразитель-

ное и знаменательное соотвѣтствіе съ идеею о физическомъ существованіи въ мірѣ высшаго пространства. Какъ близко мы подходимъ къ образу мыслей Парменида путемъ такого представленія, — сказать невозможно. Я хочу лишь указать на жизненность приведенной сейчасъ иллюстраціи, которая даетъ не только статическій образчикъ его доктрины, но въ состояніи, такъ сказать, пластично видоизмѣняться соотвѣтственно сроднымъ формамъ мысли. Одно изъ двухъ положеній должно признать вѣрнымъ: или идея о четвертомъ измѣреніи обладаетъ чудесною силою воспроизведенія мысли Востока, или мыслители Востока должны были видѣть и принимать въ соображеніе четырехмѣрное существованіе.

Теперь мы дошли до главнаго теченія мысли и должны остановиться на нѣкоторыхъ подробностяхъ, указанныхъ Пиѳагоромъ; но это не потому что Пиѳагоръ имѣетъ какое-либо прямое отношеніе къ нашему предмету, а по причинѣ связи его съ позднѣйшими изслѣдователями.

Пиѳагоръ изобрѣлъ двойное счисленіе. Изобразимъ простое счисленіе сочетаніемъ буквъ *aa*, *ab*, *ac*, *ad*, пользуясь попарно этими буквами вмѣсто чиселъ 1, 2, 3, 4. Я ставлю *a* первымъ въ каждой парѣ по той причинѣ, которая сейчасъ выяснится.

Получаемъ нѣкоторую послѣдовательность и порядокъ, съ которыми не связывается никакое обязательное понятіе о разстояніи. Различіе между сочетаніями буквъ является лишь порядковымъ; и только въ случаѣ ихъ отожествленія съ извѣстнымъ количествомъ равныхъ матеріальныхъ единицъ, непосредственно соприкасающихся между собою, возникаетъ понятіе о разстояніи.

Затѣмъ, кромѣ простого ряда буквъ, мы можемъ получить и цѣлую ихъ систему, начиная съ *aa*, *ba*, *ca*, *da*, продолжая *ab*, *bb*, *cb*, *db* и т. д.

da	*db*	*dc*	*dd*
ca	*cb*	*cc*	*cd*
bd	*bb*	*bc*	*bd*
aa	*ab*	*ac*	*ad*

Получается сложный или разнородный двойной порядокъ. Можно представить его рядомъ точекъ, если будемъ остерегаться присваивать ему какое-либо отношеніе къ разстоянію.

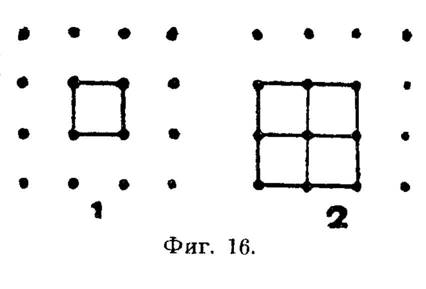
Пиѳагоръ изучалъ этотъ двойной способъ счисленія въ отношеніи матеріальныхъ тѣлъ и открылъ то замѣчательное свойство комбинаціи чиселъ и матеріальныхъ единицъ, которое носитъ его имя.

Фиг. 15.

Пиѳагорово свойство протяженныхъ матеріальныхъ системъ можетъ быть показано извѣстнымъ образомъ, нѣсколько отличающимся отъ пріемовъ самаго Пиѳагора. А такъ какъ этотъ способъ пригодится намъ впослѣдствіи, то я имъ и воспользуюсь.

Взгляните на поле, на которомъ расположены правильные ряды точекъ. Такое поле обладаетъ слѣдующими примѣтами.

Очевидно (фиг. 16), четыре точки опредѣляютъ квадратъ; такимъ квадратомъ мы можемъ пользоваться, какъ единицею мѣры площадей. Но мы можемъ измѣрять площади и инымъ образомъ.



Фиг. 16.

Фиг. 16 (1) показываетъ, что четыре точки опредѣляютъ квадратъ.

Но, съ другой стороны, четыре квадрата встрѣчаются въ точкѣ, фиг. 16 (2).

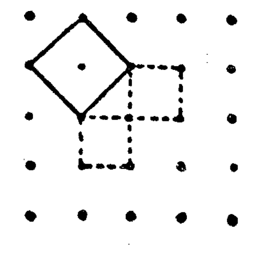
Слѣдовательно, точка на углу квадрата принадлежитъ одинаково четыремъ квадратамъ.

Такимъ образомъ, мы можемъ сказать, что площадь каждаго квадрата, выраженная въ точкахъ, равняется одной точкѣ, потому что квадратъ, фиг. 16 (1), имѣетъ четыре точки, но каждая изъ нихъ въ равной мѣрѣ принадлежитъ четыремъ квадратамъ. А потому одна четвертая каждой изъ нихъ принадлежитъ квадрату, а величина площади квадрата, выраженная въ точкахъ, равна одной точкѣ.

При подсчетѣ числа точекъ результатъ получается тотъ же самый, какъ и путемъ вычисленія заключающихся квадратныхъ единицъ.

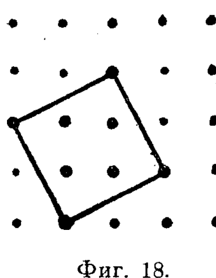
Слѣдовательно, желая измѣрить площадь любого квадрата, мы можемъ взять число заключающихся въ немъ точекъ, принимая каждую изъ нихъ за одну точку, и прибавить къ этому числу одну четвертую часть числа точекъ, расположенныхъ по угламъ квадрата.

Теперь начертимъ діагональный квадратъ, какъ показано на фиг. 17. Онъ содержитъ одну точку и четыре угла, составляющіе въ сложности еще одну точку; слѣдовательно, величина квадрата, выраженная въ точкахъ, равняется 2. Эта величина есть мѣра площади, т. е. размѣръ даннаго квадрата равенъ двумъ квадратнымъ единицамъ.


Фиг. 17.

Взглянувъ теперь на стороны образовавшагося прямоугольнаго треугольника, мы видимъ, что на каждомъ изъ его катетовъ можетъ быть построена квадратная единица, такъ какъ оба эти квадрата не заключаютъ въ себѣ точекъ, а точки на ихъ четырехъ углахъ составляютъ въ сложности единицу.

Отсюда мы видимъ, что квадратъ, построенный на діагонали, равенъ квадратамъ, построеннымъ на прилегающихъ къ ней сторонахъ, или, согласно принятому выраженію, — квадратъ гипотенузы равенъ суммѣ квадратовъ двухъ катетовъ.


Фиг. 18.

Отмѣтивъ этотъ фактъ, мы можемъ продолжать освѣдомляться, всегда ли такой способъ вѣренъ. Начертивъ квадратъ, показанный на фиг. 18, мы можемъ сосчитать число его точекъ. Ихъ всего пять. Четыре точки внутри квадрата на діагонали и четыре по его угламъ составляютъ въ сложности пять точекъ, т. е. площадь даннаго квадрата равна 5 квадратнымъ еди-

ницамъ. Квадраты же, построенные на катетахъ соотвѣтственныхъ треугольниковъ, будутъ имѣть площади — 4 и 1. Слѣдовательно и въ этомъ случаѣ — квадратъ на діагонали равенъ суммѣ квадратовъ ея катетовъ. Это свойство матеріи составляетъ одно изъ первыхъ великихъ открытій прикладной математики. Мы докажемъ впослѣдствіи, что это не есть свойство пространства. Пока достаточно замѣтить, что положенія, въ которыхъ располагаются точки, получаются всецѣло практическимъ путемъ. Достигается это или посредствомъ нѣсколькихъ предметовъ одинаковыхъ размѣровъ, или при помощи одного и того же предмета, передвигаемаго съ одного мѣста на другое.

Затѣмъ Пиѳагоръ изслѣдовалъ, какое отношеніе должно существовать между двумя квадратами, для того, чтобы площади ихъ были равны, если стороны одного изъ нихъ вытянуть наискось. Онъ нашелъ, что квадратъ, сторона котораго равна пяти, можетъ быть помѣщенъ или прямо вдоль линій точекъ, или въ косвенномъ положеніи. Такой квадратъ равняется суммѣ квадратовъ, размѣры которыхъ — 4 и 3.

Здѣсь ему пришла идея, что численныя отношенія составляютъ свойство матеріи. Числа, присущія предметамъ, производятъ равенства, столь удобныя въ области умственныхъ воспріятій. Онъ нашелъ, что числа, присущія звукамъ, — напримѣръ, когда струнамъ какого-нибудь музыкальнаго инструмента придается извѣстная, опредѣленная соразмѣрность въ длинѣ, — не менѣе плѣнительны для уха, чѣмъ равенство площадей для ума. Не удивительно, поэтому, что онъ приписалъ нѣкоторое дѣйствительное могущество числамъ!

Мы не должны забывать, что углубляясь, подобно намъ, въ поиски неизмѣннаго среди измѣнчивыхъ явленій природы, греки не имѣли того понятія о постоянствѣ матеріи, которымъ мы обладаемъ. Въ ихъ глазахъ матеріальныя вещи не были постоянными. Въ огнѣ твердыя вещи пропадаютъ и абсолютно исчезаютъ. Скала и земля имѣютъ болѣе прочное суще-

ствованіе, но и онѣ также растутъ и разрушаются. Постоянство матеріи, сохраненіе энергіи были неизвѣстными для нихъ понятіями. И то различіе, которое мы столь легко представляемъ себѣ между скоротечными и постоянными причинами ощущенія, какъ, напримѣръ, между звукомъ и матеріальнымъ предметомъ, не имѣло для нихъ того же значенія, какое имѣетъ для насъ. Вообразимъ лишь на одно мгновеніе, что матеріальныя вещи скоротечны, что онѣ способны исчезать безслѣдно и мы станемъ гораздо выше оцѣнивать ту область изслѣдованій неизмѣннаго, которая какъ для грековъ, такъ для насъ, представляетъ главный духовный интересъ.

Что это такое, что, среди тысячи формъ, остается всегда однимъ и тѣмъ же, что мы можемъ признать при всей его измѣнчивости, всѣ проявленія котораго въ разныхъ феноменахъ представляютъ лишь его внѣшность?

Полагать, что этимъ нѣчто является число, не значитъ уклоняться слишкомъ далеко отъ истины. Ученые атомисты, далеко опередивъ научныя доказательства, утверждали, что существуютъ вѣчныя матеріальныя частицы, которыя, соединяясь между собою, произвели всѣ разнообразныя формы и состоянія тѣлъ. Но, въ виду наблюдавшихся фактовъ въ природѣ, въ доступныхъ тогда предѣлахъ, Аристотель, совершенно резонно, отказался принять эту гипотезу.

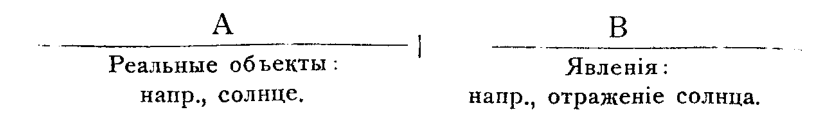
Онъ точно устанавливаетъ, что существуетъ измѣненіе качества и что измѣненіе, обязанное движенію, есть только одинъ изъ возможныхъ видовъ измѣненія.

Не находя ничего постояннаго, неизмѣннаго въ матеріальномъ мірѣ, окружающемъ насъ, убѣждаясь въ скоротечности и превратности всего, мы должны, я думаю, быть готовы послѣдовать за Пиѳагоромъ и отожествить число съ тѣмъ началомъ, которое не перестанетъ существовать среди всѣхъ перемѣнъ, которое въ многосложныхъ формахъ мы признаемъ присущимъ при процессахъ измѣненія и исчезновенія сущности вещей.

Отъ числового же идеализма Пиѳагора одинъ только шагъ къ болѣе полному и плодовитому идеализму Платона. То, что познается чувствомъ осязанія, мы принимаемъ за основное и реальное; о другихъ чувствахъ мы говоримъ, что они имѣютъ дѣло лишь съ внѣшностью. Но Платонъ не отказывалъ имъ всѣмъ въ достовѣрности, какъ опредѣляющимъ качества существованія. Такъ какъ качества, воспринятыя чувствами, не представлялись устойчивыми, то это обстоятельство заставило его приписывать имъ различные виды постоянства. Онъ составилъ понятіе о мірѣ идей, въ которомъ все, что дѣйствительно существуетъ, все, что производитъ на насъ впечатлѣніе и придаетъ полноту и удивительное богатство нашему опыту, не есть скоротечное и преходящее, но вѣчное. Изъ этого міра реальнаго и вѣчнаго мы видимъ въ вещахъ кругомъ насъ — временные и преходящіе образы.

И этотъ міръ идей не представлялъ ничего исключительнаго, гдѣ не было бы мѣста для внутреннихъ убѣжденій души, для ея самыхъ повелительныхъ утвержденій. Въ немъ существовали справедливость, красота, добро и все, чего требовала душа. Міръ идей, удивительное созданіе Платона, предназначенное для человѣка, для его разумныхъ изслѣдованій и для обезпеченія его развитія, примиряетъ насъ со всѣмъ тѣмъ, что грубыя, непостижимыя перемѣны, воспринимаемыя суровымъ опытомъ, разсѣиваютъ и разрушаютъ.

Платонъ вѣрилъ въ реальность идей. Онъ говоритъ прямо и откровенно: раздѣли линію на двѣ части; пусть одна изъ нихъ представляетъ реальные объекты въ мірѣ, а другая — преходящія явленія, такія, какъ отраженіе въ стоячей водѣ, отблескъ солнца на полированной поверхности, или тѣни отъ облаковъ.



Возьмите другую линію и раздѣлите ее на двѣ части, изъ коихъ одна представляла бы наши идеи, завладѣвающія, обыкновенно, нащимъ умомъ, такія, какъ бѣлизна, равенство, а другая представляла бы наше истинное знаніе въ области вѣчныхъ началъ, такихъ какъ красота, добро.

A^1	B^1
Вѣчныя начала, напр., красота.	Воспріятія ума, напр., бѣлизна, равенство.

Слѣдовательно, A относится къ B, какъ A^1 относится къ B^1.

То-есть, душа можетъ слѣдовать, удаляясь отъ окружающей ее дѣйствительности, въ область несомнѣнной истины, гдѣ она видитъ не обманчивыя отраженія, а то, что реально существуетъ; видитъ солнце, а не блуждающій огонекъ, — истинное бытіе, а не случайныя впечатлѣнія.

Но это для насъ, какъ и для Аристотеля, представляется, безусловно, непознаваемымъ съ научной точки зрѣнія. Мы можемъ согласиться съ тѣмъ, что бытіе познается въ полнотѣ его отношеній. Напримѣръ, только изъ отношеній человѣка къ обстоятельствамъ его жизни познается его характеръ. Характеръ, собственно, только и существуетъ въ дѣлахъ человѣка при данныхъ условіяхъ. Мы не можемъ представить себѣ какую-либо индивидуальность особо отъ отношеній ея къ окружающему.

Но предположите, теперь, что Платонъ говоритъ о высшемъ человѣкѣ, — о четырехмѣрномъ существѣ, которое ограничено въ своемъ внѣшнемъ опытѣ трехмѣрнымъ міромъ. Не станутъ ли тогда его слова принимать для насъ нѣкоторый смыслъ? Такое существо обладало бы сознаніемъ нѣкотораго движенія, какого оно не могло бы видѣть своими тѣлесными глазами. Оно въ самомъ себѣ знаетъ реальность, по отношенію которой эта, столь массивная земля, является просто лишь поверхностью. Оно знаетъ также такую форму бытія, такую полноту отношеній, которая постольку лишь можетъ быть представлена въ нашемъ ограни-

ченномъ мірѣ чувствъ, поскольку живописецъ въ состояніи воспроизвести глубину лѣсовъ, равнинъ и воздуха. Думая о такой сущности въ человѣкѣ, не правильно ли Платонъ раздѣлилъ свою линію?

Если бы Платонъ умолчалъ о своей доктринѣ независимаго происхожденія идей, то онъ выступилъ бы съ доказательствами существованія четвертаго измѣренія, такъ какъ реальность, мы полагаемъ, есть идея. Идея обитателя плоскости о квадратномъ объектѣ будетъ отвлеченною идеею, а именно, это будетъ геометрическій квадратъ. Подобнымъ же образомъ наша идея о кубическомъ тѣлѣ — абстрактна, потому что въ ней не достаетъ идеи о четырехмѣрной толщинѣ, которая необходима для приданія ей реальности. Слѣдовательно, можемъ сказать, — какъ тѣнь относится къ нашему твердому предмету, такъ твердый предметъ относится къ реальности. Такимъ образомъ, A и B[1] были бы отожествлены.

Въ аллегоріи, на которую я уже ссылался, Платонъ въ нѣсколькихъ словахъ опредѣляетъ отношеніе между существованіемъ на поверхности и въ кубическомъ пространствѣ. Пользуется онъ этимъ отношеніемъ для выясненія свойствъ высшаго бытія.

Онъ воображаетъ себѣ нѣкоторое количество невольниковъ, прикованныхъ такимъ образомъ, что они видятъ только стѣну пещеры, въ которой они заключены; а позади ихъ пролегаетъ дорога и помѣщается свѣтъ. По дорогѣ проходятъ мужчины и женщины, проносятъ разные предметы и двигаются цѣлыя процессіи. Но изъ всего этого передвиженія плѣнники различаютъ только тѣни на стѣнѣ, на которую они пристально смотрятъ. Все, что доступно ихъ зрѣнію — это тѣни, какъ ихъ собственныя, такъ и прочихъ предметовъ міра. Отожествляя себя со своими тѣнями по отношенію къ тѣнямъ міра тѣней, они живутъ въ своего рода снѣ.

Дальше Платонъ воображаетъ, что одинъ изъ этихъ людей попалъ въ дѣйствительное міровое пространство и возвращается къ товарищамъ, чтобы освѣдомить ихъ объ ихъ условіяхъ жизни.

Здѣсь Платонъ очень ясно излагаетъ отношеніе между существованіемъ въ мірѣ плоскости и существованіемъ въ трехмѣрномъ мірѣ. Онъ прибѣгаетъ къ этой иллюстраціи, чтобы дать образецъ того способа, посредствомъ котораго мы должны подходить къ высшему состоянію отъ извѣстныхъ намъ условій трехмѣрной жизни.

Итакъ, по Платону, представляются два пути слѣдованія къ познаванію высшаго тѣла и четырехмѣрнаго существованія: можно избрать путь аналогіи, исходя изъ разсужденія о тѣняхъ, и можно принять идеи за высшія реальности, а прямое восприятіе ихъ — за соприкосновеніе съ высшимъ міромъ.

Переходя къ Аристотелю, мы коснемся вопросовъ, которые непосредственно относятся къ нашему изслѣдованію.

Подобно тому, какъ современный ученый, разбираясь въ умозрѣніяхъ древняго міра, относится къ нимъ хотя и почтительно, но не безъ улыбки и справляется, какую связь каждое изъ нихъ и всѣ вмѣстѣ имѣютъ съ фактами, Аристотель, разбираясь въ греческой философіи своего времени, прежде всего освѣдомляется: «Соотвѣтствуетъ ли она дѣйствительному порядку вещей въ природѣ? Система такая-то надлежащимъ ли образомъ представляетъ то, что наблюдается въ мірѣ?»

Онъ находитъ всѣ системы несовершенными и, въ нѣкоторыхъ случаяхъ, по тѣмъ самымъ причинамъ, которыя мы находимъ чрезвычайно уважительными, какъ, напримѣръ, когда онъ критикуетъ атомистическую теорію, которая объясняетъ всякую перемѣну движеніемъ. Но, въ величественной работѣ своего ума, онъ никогда не теряетъ изъ виду цѣлаго; а тамъ, гдѣ наши взгляды отличаются отъ его взглядовъ, причиною является не столько наше превосходство, сколько провозглашенный имъ самимъ фактъ, что одно и то же правило не можетъ быть одинаково примѣнимымъ во всѣхъ отрасляхъ изслѣдованія. Идеи, связанныя съ однимъ методомъ изслѣдованія, могутъ несоотвѣтствовать другому методу.

Такимъ образомъ, расхожденіе наше съ Аристотелемъ во взглядахъ обусловливается скорѣе нашимъ исключительнымъ вниманіемъ къ одностороннему изученію природы, чѣмъ какою-либо найденною нами возможностью создавать теоріи о цѣломъ, превосходящія теоріи Аристотеля.

Онъ все подвергаетъ изслѣдованію; онъ не отдѣляетъ матеріи отъ ея проявленій; онъ комбинируетъ все въ одно цѣлое, охватываетъ одной общей идеей громадный міровой процессъ, въ которомъ все принимаетъ участіе — и перемѣщеніе простой пылинки, и развертываніе листочка, и стройное движеніе свѣтилъ небесныхъ; каждая вещь представляется ему лишь частью одного великаго цѣлаго, въ которомъ онъ не усматриваетъ ни мертвой матеріи, ни какихъ-либо случайностей.

И подобно тому, какъ наши теоріи, со стороны ихъ соотвѣтствія съ дѣйствительностью, разсыпаются въ прахъ въ присутствіи его несравненной способности оцѣнивать факты, такъ и платоновская «доктрина идей» не выдержала его критики. Взгляды Платона на жизнь, изложенные имъ въ его «Парменидахъ», далеко не соотвѣтствуютъ дѣйствительности; онъ объясняетъ вещи, замѣняя лишь одно неизвѣстное другимъ неизвѣстнымъ.

Съ своей стороны Аристотель изобрѣлъ великое опредѣленіе, которое, благодаря свойственной ему силѣ ума, стоитъ въ соотвѣтствіи съ фактами и оправдывается опытомъ жизни.

Подобно платоновскому мистическому царству идей, аристотелево опредѣленіе матеріи и формы, какъ составныхъ частей реальности, подразумѣваетъ существованіе высшей протяженности.

По Аристотелю субстанція относительна, не абсолютна. Во всякой существующей вещи есть матерія, изъ которой она состоитъ и форма, въ которой она объявляется; но онѣ неразрывно связаны и ни одна изъ нихъ немыслима безъ другой.

Глыбы камня, изъ котораго домъ построенъ, служатъ матеріаломъ для строителя; но для работника

въ каменоломнѣ онѣ представляютъ вещество скалы съ тою формою, какую онъ имъ придалъ. Слова являются окончательнымъ продуктомъ для грамматика, но служатъ лишь простымъ матеріаломъ для поэта или оратора. Атомъ для насъ — это то, изъ чего химическія вещества построены, но, разсматриваемый съ иной точки зрѣнія, это результатъ весьма сложныхъ процессовъ.

Мы нигдѣ конца не находимъ. Матерія — въ одной области мысли, есть матерія плюсъ форма въ другой области мысли. Обращаясь къ геометріи, находимъ, что плоскія фигуры существуютъ лишь какъ ограниченія разныхъ частей плоскости. Матерія плоскости, ограниченная линіями, опредѣляется въ форму. А поскольку площадь является матеріею по отношенію къ линіямъ, опредѣляющимъ ее въ плоскости, постольку же сама плоскость существуетъ въ силу опредѣленія ею пространства. Плоскость есть то, что налагаетъ форму на безформенное пространство и сообщаетъ ему дѣйствительность реальныхъ отношеній. Мы не можемъ отказаться продолжить этотъ ходъ разсужденія еще на шагъ дальше и не сказать, что само пространство есть то, что придаетъ форму высшему пространству. Какъ линія опредѣляетъ плоскость, а плоскость опредѣляетъ кубическое пространство, такъ само кубическое пространство опредѣляетъ высшее пространство.

Какъ линія сама по себѣ непостижима безъ плоскости, которую она ограничиваетъ, такъ непостижима и плоскость безъ кубическаго тѣла, которое она съ какой-нибудь стороны ограничиваетъ. Такимъ же образомъ и само по себѣ пространство не можетъ быть безусловно опредѣлено. Оно является отрицаніемъ возможности движенія болѣе чѣмъ въ трехъ направленіяхъ. Понятіе о пространствѣ требуетъ понятія о высшемъ пространствѣ. Какъ поверхность представляется тонкою и невещественною безъ матеріи, которой оно служитъ поверхностью, такъ и сама матерія является тонкою безъ высшей матеріи.

Аристотель изобрѣлъ алгебраическій методъ представленія неизвѣстныхъ величинъ путемъ простыхъ символовъ, взамѣнъ линій, неизмѣнно опредѣляемыхъ по длинѣ, согласно обыкновенію, усвоенному греческими геометрами; этимъ онъ проложилъ путь къ тому объективированію мысли, которое снабдило математика для его анализовъ особымъ орудіемъ, въ видѣ самостоятельно разсуждающей машины. Подобнымъ же образомъ, въ дѣлѣ формулированія ученія о матеріи и формѣ, о потенціальности и дѣйствительности, объ относительности вещества, онъ придумалъ другой родъ объективированія мысли — извѣстное опредѣленіе, которое обладало свойственной ему жизненной силой и дѣятельностью.

Что касается матеріи, то, сколько намъ извѣстно, ни въ одномъ изъ своихъ сочиненій онъ не доводилъ данныхъ имъ опредѣленій до законныхъ заключеній; въ отношеніи же внѣшнихъ качествъ онъ былъ склоненъ къ ограниченію понятія о томъ существованіи чистой формы, которая лежитъ внѣ всякаго извѣстнаго опредѣленія матеріи. Недвижный двигатель всѣхъ вещей представляется Аристотелю высшимъ началомъ. Къ нему, раздѣлить его совершенство, всѣ вещи тяготѣютъ. Вселенная, по Аристотелю, — это активный процессъ развитія. Онъ отвергаетъ то, нелогическое мнѣніе, по которому вселенная была однажды приведена въ движеніе и сохраняетъ его до сихъ поръ. Во вселенной, по его мнѣнію, есть полный просторъ для проявленія дѣятельности, воли, самоопредѣленія и для всякихъ случайностей. Мы не слѣдуемъ за Аристотелемъ потому лишь, что привыкли усматривать въ природѣ безконечныя серіи и не чувствуемъ себя обязанными перейти къ вѣрованію въ окончательныя достиженія, на которыя, кажется, все указываетъ.

Но, независимо отъ тяготѣнія вселенной къ достиженію нѣкотораго совершенства, эта доктрина Аристотеля объ относительности матеріи неопровержима въ своей логикѣ. Онъ первый указалъ на необходимость такого пути для мысли, слѣдуя по которому

мы приходимъ къ гипотезѣ четырехмѣрнаго пространства.

Будучи противникомъ Платона по своимъ идеямъ практическаго отношенія разума къ міру явленій, онъ, тѣмъ не менѣе, сходился съ нимъ въ одномъ пунктѣ. И въ этомъ онъ проявлялъ свою искренность и безпристрастность. Онъ заботился больше о томъ, чтобы не упустить чего-нибудь, чѣмъ чтобы найти всему объясненіе. То, въ чемъ столь многіе обнаруживали свою непослѣдовательность и неспособность освободиться изъ подъ вліянія школы Платона, служитъ намъ, въ связи съ нашимъ изслѣдованіемъ, примѣромъ его проницательности и тонкости его наблюденій. Сверхъ всякаго знанія, воспринимаемаго путемъ чувствъ, существуетъ, по мнѣнію Аристотеля, активный интеллектъ, нѣкій разумъ, не пассивный пріемникъ впечатлѣній извнѣ, но активное, самостоятельное бытіе, способное воспринимать знаніе непосредственно. Подъ именемъ активной души Аристотель признавалъ въ человѣкѣ нѣчто, не пороженное его физическими условіями существованія, нѣчто творческое, дѣятельность котораго есть знаніе, независимое отъ чувствъ. Это нѣчто, онъ говоритъ, есть безсмертное и нетлѣнное бытіе въ человѣкѣ.

Такимъ образомъ, мы видимъ, что Аристотель недалекъ былъ отъ признанія четырехмѣрнаго существованія и внѣ и внутри человѣка; процессъ же соотвѣтственнаго представленія четырехмѣрныхъ фигуръ, къ которому мы потомъ обратимся, является возстановленіемъ на практикѣ его гипотезы о душѣ.

Много столѣтій миновало раньше, чѣмъ сдѣланъ былъ слѣдующій шагъ въ развертывающейся драмѣ признанія души, въ связи съ нашимъ научнымъ понятіемъ о мірѣ и, въ то же время, — признанія того высшаго міра, поверхностной внѣшностью котораго является нашъ трехмѣрный міръ. Если мы проходимъ молчаніемъ промежуточное время, то это потому, что душа была тогда занята проявленіемъ себя въ иныхъ областяхъ жизни кромѣ области познаванія. Когда

она обратилась серьезно къ задачѣ познаванія этого матеріальнаго міра, въ которомъ она очутилась, и къ управленію ходомъ вещей въ неодушевленной природѣ, то, въ результатѣ этого стремленія къ цѣли совершенно объективной, какъ бы въ силу отраженія въ какомъ-нибудь зеркалѣ, возникло ея познаваніе себя самой.

ГЛАВА V.

Вторая глава исторіи четырехмѣрнаго пространства.

Лобачевскій, Боліай и Гауссъ.

Раньше, чѣмъ приступить къ описанію трудовъ Лобачевскаго и Боліайя, будетъ умѣстнымъ познакомить читателя вкратцѣ съ личностью каждаго изъ нихъ. Матеріалами для этой цѣли могутъ послужить — статья Франца Шмидта въ сорокъ второмъ томѣ Mathematische Annalen и изданіе Энгеля о Лобачевскомъ.

Лобачевскій былъ чрезвычайно даровитымъ и талантливымъ человѣкомъ. Въ юности онъ отличался очень живымъ характеромъ и, своими шалостями и проказами раздраживъ одного профессора, попалъ въ весьма затруднительное положеніе. Спасенный заступничествомъ математика Бартельса, оцѣнившаго его способности, онъ потомъ старался сдерживать себя въ границахъ благоразумія. Назначенный профессоромъ въ томъ же казанскомъ университетѣ, онъ вступилъ въ отправленіе своихъ обязанностей при режимѣ лицемѣрной реакціи и былъ окруженъ плутами и доносчиками. Считая, вѣроятно, интересы своихъ учениковъ выше, чѣмъ какія-либо попытки безполезнаго сопротивленія, онъ ревностно отдался дѣлу преподаванія и, вмѣстѣ съ тѣмъ, исполнялъ многообразныя служебныя обязанности. Среди всей этой дѣятельности онъ находилъ время дѣлать важные вклады въ науку. Его теорія параллельныхъ линій тѣсно связана съ его именемъ, а знакомство съ его сочиненіями показываетъ, что это былъ человѣкъ, способный содѣйствовать развитію математики въ глав-

нѣйшихъ ея отдѣлахъ. Назначенный ректоромъ того же университета, онъ умеръ въ преклонномъ возрастѣ, окруженный друзьями, всѣми почитаемый, наслаждаясь результатами своей благотворной дѣятельности. Всякій предметъ, въ который онъ вникалъ, получалъ свою долю пользы — были ли то основанія геометріи, или улучшенія печей въ крестьянскихъ избахъ.

Онъ родился въ 1793 году. Его научныя произведенія совершенно были неизвѣстны до 1867 года, когда Гуэль, французскій математикъ, обратилъ вниманіе на ихъ важное значеніе.

Іоганнъ Боліай родился въ Клаузенбургѣ въ Трансильваніи 15 декабря 1802 года.

Его отецъ, Вольфгангъ Боліай, профессоръ реформатской коллегіи Маросъ Вазаргели, сохранилъ въ себѣ къ математическимъ наукамъ прежнее влеченіе, которое нѣкогда способствовало началу его дружбы съ Гауссомъ въ ихъ юные дни студенчества въ Геттингенѣ.

Въ сынѣ своемъ, Іоганнѣ, онъ нашелъ усерднѣйшаго ученика. Онъ разсказывалъ, что мальчикъ проявлялъ поразительныя способности. Не успѣвалъ онъ изложить задачу, какъ уже ребенокъ подавалъ рѣшеніе и командовалъ продолжать дальше. Когда ему было всего тринадцать лѣтъ, отецъ, будучи чѣмъ-либо спѣшно занятъ, посылалъ его иногда вмѣсто себя въ классы. Ученики слушали его съ бо̀льщимъ вниманіемъ, чѣмъ отца, находя, что онъ излагалъ предметъ яснѣе.

Въ письмѣ къ Гауссу Вольфгангъ Боліай пишетъ:

«Мой мальчикъ научился узнавать многія созвѣздія и уже знаетъ обыкновенныя геометрическія фигуры. Онъ дѣлаетъ соотвѣтственныя примѣненія своихъ познаній, рисуя, напримѣръ, положенія звѣздъ и ихъ созвѣздій. Послѣдней зимой, въ деревнѣ, увидя Юпитера, онъ спросилъ: «Почему же мы можемъ видѣть его отсюда, точно такъ, какъ и изъ города? Онъ, должно быть, очень далеко отъ насъ». Относи-

тельно трехъ различныхъ мѣстъ, въ которыхъ ему случилось побывать, онъ просилъ меня объяснить ему однимъ словомъ ихъ положеніе. Когда я не понялъ, чего, собственно, онъ хочетъ, онъ спросилъ меня, расположены ли они въ рядъ на одной линіи или по угламъ треугольника.

«Онъ забавляется выкраиваніемъ ножницами изъ бумаги геометрическихъ фигуръ и, хотя я никогда ничего не говорилъ ему еще о треугольникѣ, онъ замѣтилъ мнѣ однажды, что вырѣзанный имъ прямоугольный треугольникъ составляетъ половину прямоугольнаго четыреугольника. Я заботливо слѣжу за его физическими упражненіями и предоставляю ему вволю копаться въ землѣ своими маленькими рученками. Цвѣты могутъ опасть и никакого плода не оставить. Когда ему исполнится пятнадцать лѣтъ, я хотѣлъ бы послать его къ вамъ въ ученики».

Въ своей автобіографіи Іоганнъ говоритъ:

«Мой отецъ обратилъ мое вниманіе на несовершенства и пробѣлы въ теоріи параллельныхъ линій. Онъ сказалъ мнѣ, что достигъ болѣе удовлетворительныхъ результатовъ, чѣмъ его предшественники, но не получилъ вполнѣ удовлетворительнаго заключенія.—Ни одинъ изъ его выводовъ не обладалъ въ необходимой степени геометрической точностью, хотя они достаточны были для испытанія одиннадцатой аксіомы и казались вообще пріемлемыми на первый взглядъ.

«Онъ просилъ меня, не безъ основанія, держаться въ отдаленіи и избѣгать всякаго изслѣдованія по этому вопросу, если я не хочу прожить свою жизнь безполезно».

Въ виду того, что его отецъ не получалъ никакого отвѣта на свое письмо къ Гауссу, въ которомъ просилъ великаго математика сдѣлать изъ его сына «апостола истины въ дальней странѣ», Іоганнъ поступилъ въ инженерное училище въ Вѣнѣ. Онъ пишетъ изъ Темешвара, куда вышелъ подпоручикомъ въ сентябрѣ 1823 года:

Темешваръ, 3-го ноября, 1823 г.

«Дорогой отецъ,

«Я имѣю такъ много сказать о своемъ открытіи, что мнѣ остается одинъ только способъ заставить себя не распространяться объ этомъ предметѣ, взявъ для своего письма четверть листика. Я жду отвѣта на свое письмо въ четыре листа.

«Неизмѣнно остаюсь при своемъ намѣреніи, напечатать свое сочиненіе о параллельныхъ линіяхъ, вслѣдъ за приведеніемъ въ порядокъ матеріаловъ по этому предмету и по полученіи необходимыхъ денегъ на изданіе.

«Въ настоящее время я еще не сдѣлалъ, собственно, никакого открытія, но путь, по которому я слѣдовалъ, несомнѣнно обѣщаетъ успѣхъ, если только это вообще осуществимо.

«Хотя я еще и не достигъ окончательной цѣли, но добился уже такихъ изумительныхъ результатовъ, что чувствую себя положительно подавленнымъ ими и это былъ бы вѣчный позоръ бросить теперь это дѣло. Когда Вы познакомитесь съ моимъ трудомъ, то убѣдитесь, что я не преувеличиваю. Я могу только сказать, что я создалъ новый міръ изъ ничего. Все, что я до сихъ поръ Вамъ прислалъ, это лишь карточный домикъ въ сравненіи съ настоящею башнею. Я убѣжденъ, что это не менѣе меня прославитъ, чѣмъ если бы я уже сдѣлалъ открытіе».

Открытіе, о которомъ Іоганнъ здѣсь говоритъ, было напечатано въ приложеніи къ сочиненію Вольфганга Боліайя.

Посылая книгу Гауссу, Вольфгангъ пишетъ ему послѣ восьмилѣтняго перерыва въ ихъ корреспонденціи:

«Мой сынъ уже инженерный поручикъ и скоро будетъ произведенъ въ капитаны. Онъ прекрасный молодой человѣкъ, хорошо играетъ на скрипкѣ, ловко фехтуется, вообще бравый малый, но много имѣлъ дуэлей и необузданъ характеромъ даже на солдата. Его такъ же легко отличить — какъ свѣтъ во макѣ,

или какъ мракъ среди свѣта. Онъ страстный математикъ съ необыкновенными способностями . . . . Для него важнѣе Ваше мнѣніе о его сочиненіи, чѣмъ мнѣніе всей Европы».

Вольфгангъ не дождался никакого отзыва на это письмо, но, пославъ второй экземпляръ книги, получилъ такой отвѣтъ.

«Вы меня обрадовали своими письмами, мой незабвенный другъ. Я промедлилъ отвѣтомъ на первое письмо, желая дождаться обѣщанной книжки . . .

«Теперь, относительно сочиненія Вашего сына.

«Если я начну съ того, что, дескать, «я не долженъ его хвалить», Вы будете поражены на мгновеніе. Но я не могу сказать ничего иного. Мнѣ хвалить это сочиненіе, это значило бы хвалить самого себя, ибо путь, слѣдуя по которому Вашъ сынъ потерпѣлъ крушеніе и результаты, къ которымъ онъ пришелъ, почти совершенно совпадаютъ съ моими собственными размышленіями, изъ коихъ нѣкоторыя имѣютъ тридцати или тридцатипятилѣтнюю давность.

«Въ дѣйствительности я въ высшей степени изумленъ. Моимъ намѣреніемъ было ничего не опубликовывать при моей жизни изъ моихъ сочиненій изъ коихъ, впрочемъ, не многія готовы къ печати. Большинство людей имѣетъ лишь слабое понятіе объ этой проблемѣ и мнѣ приходилось встрѣчать весьма немногихъ, которые сколько-нибудь интересовались бы высказываемыми мною взглядами. Чтобы быть способнымъ заинтересоваться этимъ предметомъ, надо прежде всего обладать дѣйствительно живымъ ощущеніемъ того, чего намъ не хватаетъ; а въ этомъ отношеніи большинство находится въ совершенныхъ потемкахъ.

«Все же я намѣревался со временемъ поручить все переписать, чтобы, по крайней мѣрѣ, мои труды не погибли вмѣстѣ со мною.

«Я крайне удивленъ, что теперь безъ этой работы могу обойтись и больше всего удовлетворенъ тѣмъ, что это сынъ моего стараго друга предупредилъ меня такимъ замѣчательнымъ образомъ».

Впечатлѣніе, получаемое нами по поводу необъяснимаго молчанія со стороны Гаусса по отношенію къ его старому другу, изглаживается этимъ письмомъ. И вотъ, мы дышимъ чистымъ воздухомъ горныхъ вершинъ. Гауссъ не могъ не понимать огромнаго значенія своихъ идей, при увѣренности, что въ будущемъ значеніе ихъ еще увеличится, вслѣдствіе непонятливости людей въ настоящемъ. Однако, нѣтъ ни слова, ни намека въ его сочиненіяхъ на его права въ этой области. Онъ ни одной строчки не напечаталъ объ этомъ предметѣ. А въ какой мѣрѣ онъ поступается своимъ самолюбіемъ, когда дѣло идетъ объ идеяхъ, преобразовывающихъ міръ, въ такой же мѣрѣ мы должны оцѣнивать его нравственное величіе.

Большое разстояніе отдѣляетъ невозмутимое спокойствіе Гаусса отъ тревожной и страстной жизни Іоганна Боліайя; Гауссъ и Галуа — это двѣ интереснѣйшія личности въ исторіи математики. Боліай, необузданный солдатъ, дуэлистъ, — кончилъ въ распрѣ со всѣмъ міромъ. Про него разсказываютъ, что однажды его вызвали на дуэль одновременно тринадцать офицеровъ его гарнизона, — вещь правдоподобная, если принять во вниманіе, какъ не сходенъ былъ его образъ мыслей со всѣми прочими людьми. Онъ дрался со всѣми поочередно, поставивъ лишь условіемъ, чтобы ему дозволено было играть на скрипкѣ въ промежуткахъ между встрѣчами съ каждымъ изъ его противниковъ. И онъ обезоружилъ или поранилъ всѣхъ своихъ опонентовъ. Легко вообразить себѣ, на сколько такой темпераментъ не могъ снискать симпатіи и въ средѣ начальствующихъ лицъ. Онъ вышелъ въ отставку въ 1833 году.

Его эпоха «погони за открытіемъ» не вызвала никакого вниманія въ обществѣ. Онъ, казалось, заподозрилъ своего отца въ предательствѣ какимъ-то необъяснимымъ образомъ, благодаря его сношеніямъ съ Гауссомъ, и вызвалъ достойнаго Вольфганга на дуэль. Не одинъ разъ, говоритъ его біографъ, терпѣлъ онъ нужду въ своей жизни, стараясь бросить

свой безпутный образъ жизни и обратиться опять къ занятіямъ математикою. Но это ему не удавалось. Онъ умеръ 27 января 1860 года въ разладѣ съ міромъ и съ самимъ собою.

Метагеометрія.

Теоріи, обыкновенно связываемыя съ именами Лобачевскаго и Боліайя, имѣютъ особенное, любопытное соотношеніе съ ученіемъ о высшемъ пространствѣ.

Чтобы показать, въ чемъ заключается это соотношеніе, я долженъ просить читателя, взять на себя трудъ, внимательно считать ряды точекъ, посредствомъ которыхъ я стану вычислять величину площадей извѣстныхъ фигуръ.

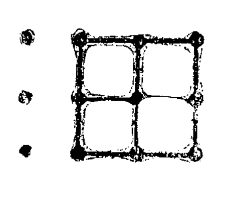
Кромѣ этого простого способа никакихъ иныхъ математическихъ вычисленій не потребуется.

Предположимъ, что на фиг. 19 мы имѣемъ плоскость, покрытую на правильныхъ промежуткахъ точками, такъ расположенными, что каждыя четыре изъ нихъ опредѣляютъ собою квадратъ.

Фиг. 19.

Очевидно, если четыре точки опредѣляютъ квадратъ, то четыре квадрата встрѣчаются въ точкѣ. Фиг. 20.

Такимъ образомъ, считая, что точка внутри квадрата принадлежитъ ему одному, мы можемъ сказать, что точка въ углу квадрата принадлежитъ одинаково и ему и четыремъ другимъ квадратамъ, т. е. одна четвертая часть ея принадлежитъ каждому квадрату.



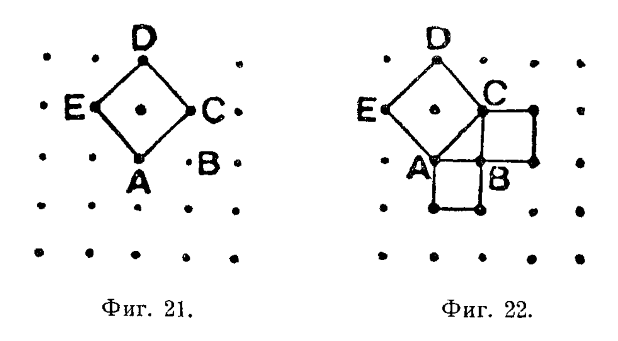
Фиг. 20.

Такъ, напримѣръ, квадратъ ACDE (фиг. 21) содержитъ одну точкуи имѣетъ четыре точки по четыремъ угламъ. Такъ какъ одна четвертая часть этихъ четырехъ точекъ принадлежитъ квадрату, то всѣ четыре вмѣстѣ считаются за одну точку и величина квадрата, выражен-

ная въ точкахъ, равна двумъ точкамъ, — потому что одна внутри и четыре по угламъ квадрата составляютъ двѣ точки, исключительно ему принадлежащія.

Площадь же квадрата равняется двумъ квадратнымъ единицамъ, въ чемъ можно убѣдиться, начертивъ двѣ діагонали, какъ показано на фиг. 22.

Отмѣтимъ также, что этотъ квадратъ равенъ суммѣ квадратовъ, построенныхъ на линіяхъ AB, BC, сторонахъ прямоугольнаго треугольника ABC. Такимъ



Фиг. 21. Фиг. 22.

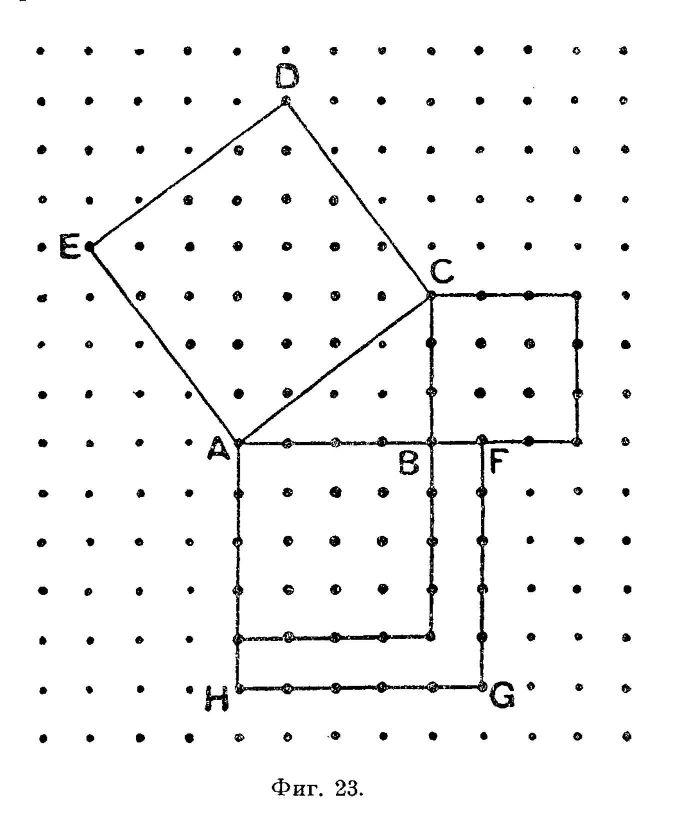
образомъ, мы удостовѣряемся въ теоремѣ, что квадратъ гипотенузы равенъ суммѣ квадратовъ двухъ катетовъ въ прямоугольномъ треугольникѣ.

Теперь предположите, что мы задаемся вопросомъ, какъ опредѣлить то мѣсто, въ правильной системѣ точекъ, гдѣ ляжетъ конецъ линіи, если ее повернуть вокругъ точки, придерживая неподвижно другой ея конецъ въ этой самой точкѣ.

Мы можемъ рѣшить эту задачу въ одномъ частномъ случаѣ. Если мы найдемъ квадратъ, лежащій наискось между точками, который будетъ равенъ квадрату, лежащему вдоль ряда точекъ, то мы будемъ знать, что стороны ихъ равны между собою, а слѣдовательно и сторона квадрата, лежащаго въ косвенномъ направленіи, будетъ равна сторонѣ квадрата, лежащаго въ прямомъ направленіи. А такъ какъ величина и форма фигуры не измѣнятся, то это будетъ признакомъ ея вращенія вокругъ точки такимъ образомъ, что ея сторона, занимавшая первое

положеніе, превратится въ сторону во второмъ положеніи.

Такимъ квадратомъ будетъ тотъ, сторона котораго равна пяти единицамъ длины.



Фиг. 23.

На фиг. 23, въ квадратѣ на AB насчитывается:

9 точекъ внутри	9
4 въ углахъ	1
4 стороны съ 3 точками на каждой сторонѣ, въ сложности $1^1/_2$ точки на каждой сторонѣ, потому что онѣ одинаково принадлежатъ двумъ квадратамъ	6

Въ итогѣ 16. Въ квадратѣ на BC имѣется 9 точекъ. Въ квадратѣ на AC насчитывается:

24 точки внутри	24
4 по угламъ	1

или всего 25 точекъ.

Опять мы видимъ, что квадратъ на гипотенузѣ равенъ суммѣ квадратовъ на катетахъ.

Теперь возьмите квадратъ AFHG, который больше, чѣмъ квадратъ на AB. Онъ содержитъ 25 точекъ:

16 внутри	16
16 на сторонахъ, считающихся за	8
4 въ углахъ	1

составляющихъ вмѣстѣ 25.

Если два квадрата равны, мы заключаемъ, что и стороны ихъ равны. Слѣдовательно линія AF, вращаясь около точки A, движется такимъ образомъ, что послѣ нѣкотораго поворота совпадаетъ съ линіей AC.

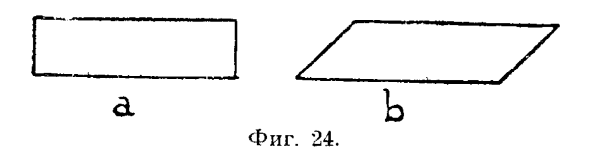
Это — прелиминарное разсужденіе, но оно заключаетъ въ себѣ всѣ представляющіяся математическія затрудненія.

Существуетъ два рода измѣненія тѣла, при которыхъ объемъ его не измѣняется.

Первый это тотъ, который мы сейчасъ разсматривали, — вращеніе; ко второму принадлежитъ то, что называемъ сдвигомъ.

Возьмите, напримѣръ, книгу или столбикъ не скрѣпленныхъ листовъ бумаги. Они могутъ скользить такимъ образомъ, что каждый подвигается на ниже лежащемъ, а все цѣлое принимаетъ видъ *b* на фиг. 24.

Но этотъ результатъ получается не вслѣдствіе



Фиг. 24.

одного сдвига, а вслѣдствіе сдвига, сопровождаемаго вращеніемъ.

Сдвигъ, собственно, происходитъ инымъ путемъ.

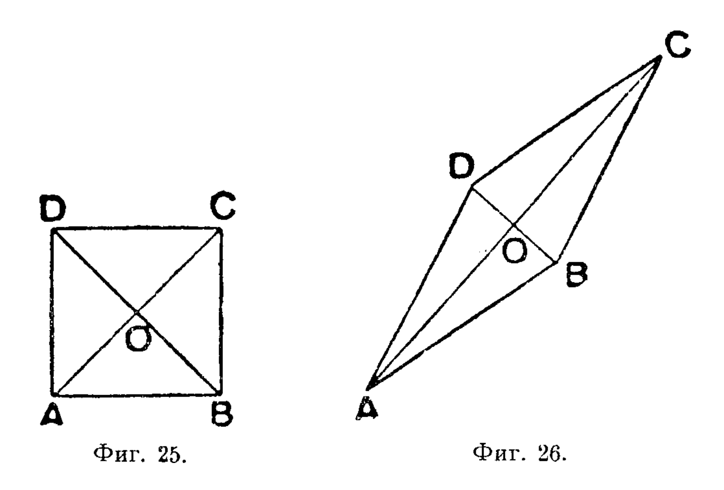
Возьмите квадратъ ABCD на фиг. 25 и предположите, что его растягиваютъ въ обѣ стороны по одной изъ его діагоналей и, соразмѣрно съ этимъ,

сжимаютъ его вдоль другой діагонали. Онъ приметъ видъ, какъ показано на фиг. 26.

Сжатіе и растяженіе вдоль обѣихъ линій перпендикулярныхъ другъ къ другу и есть то, что называемъ сдвигомъ; онъ равносиленъ скольженію, показанному выше, въ соединеніи съ поворачиваніемъ.

При простомъ сдвигѣ тѣло сжимается и раздается въ двухъ, перпендикулярныхъ другъ къ другу направленіяхъ такимъ образомъ, что объемъ его остается безъ измѣненія.

Но мы знаемъ, что наши матеріальныя тѣла со-



Фиг. 25. Фиг. 26.

противляются сдвигу, потому что онъ насилуетъ внутреннее распредѣленіе ихъ частицъ; вращаются же они, какъ одно цѣлое, безъ такого внутренняго сопротивленія.

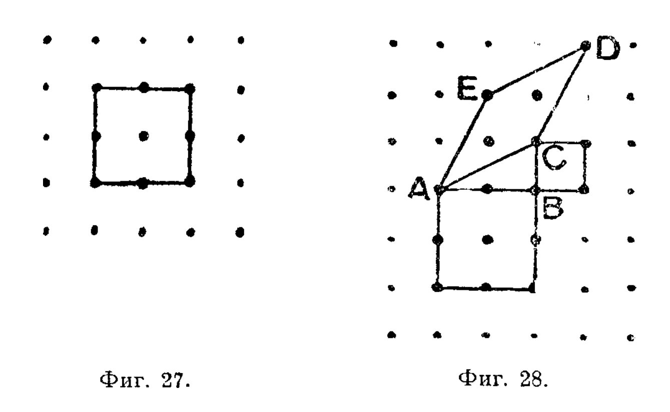
Существуетъ, однако, одно исключеніе. Въ жидкомъ видѣ тѣла одинаково легко поддаются какъ сдвигу, такъ и вращенію, т. е. нѣтъ бо̀льшаго сопровленія сдвигу, чѣмъ вращенію.

Теперь предположите, что всѣ тѣла приведены въ жидкое состояніе, въ которомъ они одинаково легко поддаются и сдвигу и вращенію и что тогда они перестроились въ твердыя тѣла, но такимъ образомъ, что сдвигъ и вращеніе перемѣнились ролями.

Другими словами — предположимъ, что когда тѣла приняли вновь твердый видъ, то сдвигу они не стали оказывать внутренняго сопротивленія, а наоборотъ, вращеніе стало насиловать внутреннее распредѣленіе.

То-есть мы получили бы міръ, въ которомъ сдвигъ занялъ бы мѣсто вращенія.

Такъ какъ сдвигъ не измѣняетъ объема тѣла, то обитатель такого міра смотрѣлъ бы на сдвигающееся тѣло, какъ мы смотримъ на вращающееся тѣло. Онъ сказалъ бы, что его форма не измѣнилась, но что оно нѣсколько лишь повернулось.



Фиг. 27. Фиг. 28.

Вообразимъ себѣ въ этомъ мірѣ Пиѳагора, производящаго изслѣдованія по своему обыкновенію.

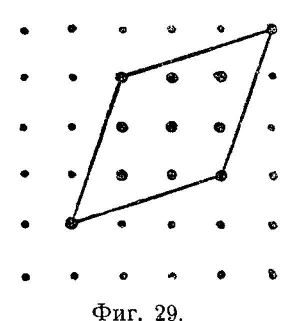
Фиг. 27 представляетъ квадратъ до сдвига. На фиг. 28 — квадратъ послѣ сдвига. Не то чтобы квадратъ на фиг .27 превратился въ такой видъ, но это результатъ сдвига нѣкотораго квадрата не вытянутаго. Это лишь косвенно поставленная фигура, какъ раньше мы брали косвенно поставленный квадратъ. А такъ какъ тѣла въ этомъ мірѣ сдвига не противопоставляютъ ему никакого сопротивленія и сохраняютъ свой объемъ, то его обитатель, свыкшійся съ такимъ явленіемъ, не будетъ принимать въ соображеніе, что они измѣняютъ свой видъ. Онъ будетъ называть ACDE квадратомъ, наравнѣ съ квадратомъ на фиг. 27.

Мы будемъ называть такія фигуры сдвинутыми квадратами. Посчитавъ точки въ ACDE, находимъ: —

2 внутри . . , ...	2
4 по угламъ	1

или въ итогѣ 3.

Квадратъ же, построенный на AB, имѣетъ 4 точки; квадратъ на BC имѣетъ 1 точку. А такъ какъ квадратъ на гипотенузѣ имѣетъ не пять, а только три точки, то, оказывается, онъ равенъ не суммѣ квадратовъ катетовъ, а ихъ разности.



Фиг. 29.

Это отношеніе всегда сохраняется. Взгляните на фиг. 29.

Сдвинутый квадратъ на гипотенузѣ:

7 точекъ внутри . . .	7
4 по угламъ.	1
	8

Квадратъ на одномъ изъ катетовъ, нарисовать который можетъ самъ читатель:

4 внутри	4
8 на сторонахъ	4
4 въ углахъ	1
	9

а квадратъ на другомъ катетѣ равенъ 1. Слѣдовательно и въ этомъ случаѣ разность равна сдвинутому квадрату на гипотенузѣ,

$$9 - 1 = 8$$

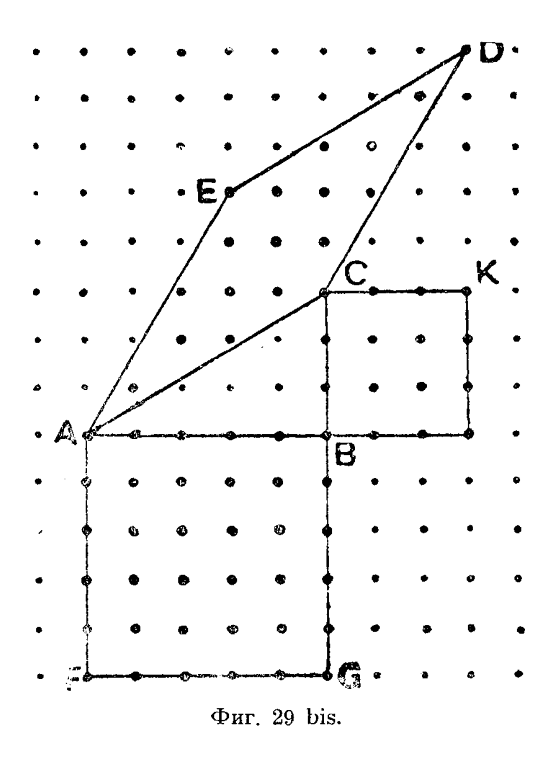
Такимъ образомъ въ мірѣ сдвига квадратъ, построенный на гипотенузѣ былъ бы равнымъ разности квадратовъ, построенныхъ на катетахъ.

На фиг. 29 bis начерченъ другой квадратъ, на которомъ можно испробовать выше приведенное отношеніе.

Какое же приметъ положеніе линія при поворотѣ сдвига?

Мы должны установить это такимъ же образомъ, какъ и въ прошедшемъ случаѣ.

Коль скоро сдвинутое тѣло остается тѣмъ же самымъ по величинѣ, то мы должны найти два равныхъ по величинѣ тѣла, — одно въ прямомъ направленіи, другое въ косвенномъ. Тогда сторона одного изъ нихъ сдѣлается при поворотѣ стороною другого,



Фиг. 29 bis.

ибо каждая изъ фигуръ представляетъ то, чѣмъ другая становится при сдвинутомъ поворотѣ.

Мы можемъ разрѣшить эту проблему въ одномъ частномъ случаѣ:

Въ четыреугольникѣ ACDE (фиг. 30) заключается:

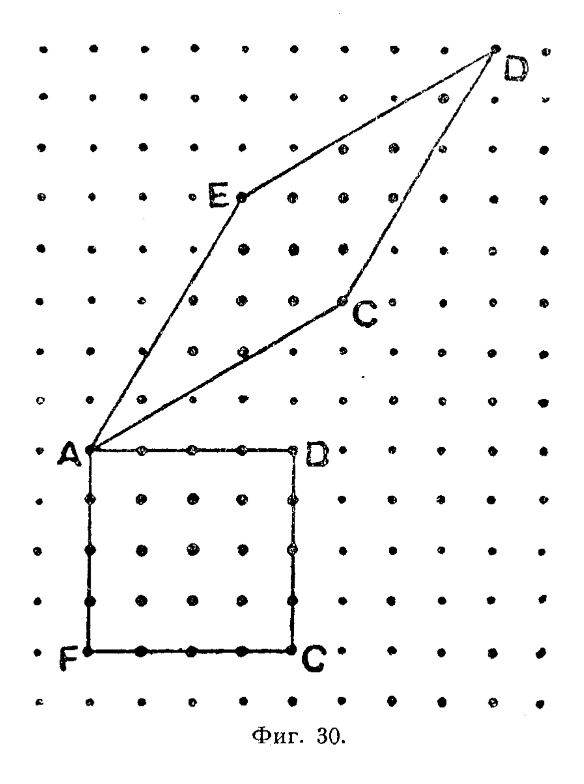
15 точекъ внутри	15
4 въ углахъ	1
всего .	16

Въ квадратѣ ABGF тоже 16 —

9 внутри	9
12 на сторонахъ	6
4 въ углахъ	1
	16

Отсюда слѣдуетъ, что квадратъ на AB при сдвинутомъ поворотѣ становится сдвинутымъ квадратомъ ACDE.

Слѣдовательно, обитатель этого міра сказалъ бы,



Фиг. 30.

что линія AB превратилась въ линію AC. Эти двѣ линіи были бы для него двумя линіями равной длины, при чемъ одна повернута была бы на нѣкоторый уголъ отъ другой.

То-есть, замѣнивъ вращеніе сдвигомъ, мы получаемъ, въ качествѣ результата сдвинутаго вращенія, отличный родъ фигуры въ сравненіи съ тою, какая

получается при обыкновенномъ вращеніи. Слѣдствіемъ изложеннаго положеніе конца неизмѣняемой по длинѣ линіи, коль скоро она поворачивается путемъ сдвигаемаго вращенія, получается иное въ сравненіи съ тѣмъ положеніемъ, какое она приняла бы, поворачиваясь путемъ нашего вращенія.

Дѣйствительная матеріальная палка въ сдвигающемся мірѣ, вращаясь вокругъ точки А, перешла бы изъ положенія АВ въ положеніе АС. Мы говоримъ, что ея длина измѣняется, когда она становится АС, но обитателю сдвигающагося міра это превращеніе АВ казалось бы лишь поворотомъ АВ безъ измѣненія въ длинѣ.

Если бы мы теперь вообразили, нѣкоторый обмѣнъ мнѣніями между однимъ изъ насъ и обитателемъ сдвигающагося міра, то, очевидно, получилась бы разница въ оцѣнкѣ разстояній имъ и нами.

Мы сказали бы, что его линія АВ увеличилась въ длинѣ, поворачиваясь къ АС. Онъ сказалъ бы, что наша линія AF (фиг. 23) уменьшилась въ длинѣ, поворачиваясь къ АС. Онъ полагалъ бы, что линія, которую мы считаемъ равною, въ дѣйствительности, короче.

Мы сказали бы, что концы поворачивающейся палки ложатся въ положенія на равныхъ разстояніяхъ. Это и онъ утверждалъ бы, но положенія концовъ палки были бы различны. Онъ могъ бы, подобно намъ, ссылаться на свойства матеріи. Для него его палка столь же неизмѣнна, какъ для насъ — наша.

Но существуетъ ли какое-либо мѣрило, на которое мы могли бы сослаться, утверждая о правильности одного изъ двухъ мнѣній? Такого мѣрила нѣтъ.

Мы сказали бы, что съ перемѣною положенія очертаніе и форма его предметовъ измѣнились. Онъ сказалъ бы, что очертаніе и форма нашихъ предметовъ измѣнились вслѣдствіе того, что мы называемъ просто перемѣною положенія. Отсюда вытекаетъ, что разстояніе, независимое отъ положенія, непостижимо, или что разстояніе есть лишь свойство матеріи.

Не существуетъ никакого основного положенія, на которое та или другая спорящая сторона могла бы сослаться. Нѣтъ ничего, что соединяло бы опредѣленіе разстоянія предпочтительнѣе съ нашими идеями, чѣмъ съ его идеями, за исключеніемъ свойства дѣйствительныхъ частицъ самой матеріи.

Въ дѣлѣ изученія процессовъ, совершающихся въ нашемъ мірѣ, опредѣленіе разстоянія путемъ вычисленія суммы квадратовъ имѣетъ для насъ чрезвычайно важное значеніе. Но въ качествѣ проблемы просто пространства, минуя всякія относящіяся къ нему безполезныя предположенія, сдвигающійся міръ столько же возможенъ и столь же интересенъ, какъ нашъ міръ.

Лобачевскій и Боліай и отдавались изученію геометріи такихъ, собственно, постигаемыхъ умомъ міровъ. Такого рода геометрія, очевидно, не касается непосредственно четырехмѣрнаго пространства.

Однако связь съ нимъ возникаетъ этимъ путемъ. Я бралъ простой сдвигъ и объяснялъ его той перемѣной въ распредѣленіи частицъ твердаго тѣла, какой они подвергаются, не противопоставляя при этомъ никакого сопротивленія, обусловливаемаго ихъ взаимнымъ треніемъ. Но я могъ бы взять сложное движеніе, составленное изъ сдвига и вращенія вмѣстѣ, или какой-нибудь иной родъ осложненія.

Предположимъ такое измѣненіе, которое обусловливалось бы простымъ вращеніемъ, тогда типъ, согласно которому всѣ тѣла будутъ измѣняться путемъ этого вращенія, сдѣлается вполнѣ опредѣленнымъ.

Глядя на движеніе такого рода, мы сказали бы, что предметы и измѣняются въ своей формѣ, и вращаются. Но обитателямъ такого міра эти же предметы казались бы неизмѣняющимися; наши же фигуры при своемъ движеніи, казалось бы имъ, измѣняются въ своей формѣ.

Въ такомъ мірѣ геометрическія свойства будутъ другія. Мы уже видѣли одно такое своеобразное свойство въ иллюстрированномъ нами мірѣ сдвига,

гдѣ квадратъ на гипотенузѣ оказался равнымъ разности, а не суммѣ квадратовъ на катетахъ.

Въ упомянутой иллюстраціи мы имѣемъ тѣ же законы параллельныхъ линій, какъ и въ нашемъ обыкновенномъ мірѣ; но вообще законы параллельныхъ линій различны.

Въ одномъ изъ этихъ міровъ, съ инымъ строеніемъ матеріи, можно провести черезъ точку двѣ параллельныя къ данной линіи, въ другомъ изъ нихъ нельзя провести ни одной параллельной, т. е., хотя бы и была проведена параллельная къ другой линіи, все же продолженія ихъ встрѣтятся.

Именно въ отношеніи параллельныхъ линій Лобачевскій и Боліай открыли эти различные міры. Они не принимали ихъ за дѣйствительные матеріальные міры, но лишь устанавливали, что пространство не непремѣнно предполагаетъ, чтобы нашъ законъ параллельности линій былъ справедливъ. Они находили разницу между законами пространства и законами матеріи, хотя и не въ этой формѣ высказывали свои заключенія.

Пришли они къ своимъ заключеніямъ слѣдующимъ путемъ. Евклидъ призналъ существованіе параллельныхъ линій за постулатъ, свободно принявъ такое недоказанное предложеніе: черезъ какую-либо точку можно провести къ данной прямой линіи только одну параллельную ей линію. Его девятый постулатъ формулированъ такъ: «Если прямая линія, пересѣкающая двѣ другія прямыя линіи, образуетъ по одной и той же своей сторонѣ внутренніе углы, равные двумъ прямымъ угламъ, то эти двѣ прямыя линіи никогда не встрѣтятся».

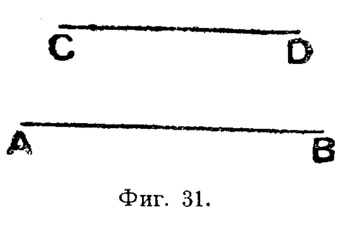
Математикамъ позднѣйшихъ вѣковъ не понравилось такого рода голословное утвержденіе и, не будучи въ состояніи доказать эту теорему, они назвали ее аксіомой, — одиннадцатой аксіомой.

Дѣлались опять многія попытки доказать эту аксіому; никто не сомнѣвался въ ея истинѣ, но никакими способами не удавалось ее демонстрировать. Наконецъ, одинъ итальянецъ, Саккіери, не будучи

въ состояніи найти доказательство, сказалъ: «Предположимъ, что это не вѣрно», и принялся рѣшать задачу при предположенной возможности провести двѣ параллельныя къ данной линіи черезъ данную точку; но, чувствуя, что это не по силамъ для человѣческаго разума, онъ посвятилъ вторую половину своей книги опроверженію того, что допустилъ въ первой ея части.

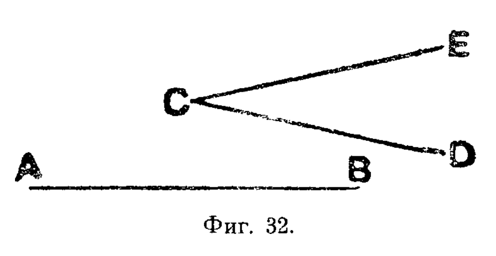
Тогда Боліай и Лобачевскій вступили твердымъ шагомъ на запрещенный путь. Ничто такъ ярко не свидѣтельствуетъ о неукротимости природы человѣческаго духа, или о томъ явномъ его предназначеніи побѣдить всѣ ограниченія, сдерживающія его въ тѣсномъ кругѣ внѣшнихъ чувствъ, какъ это величественное выступленіе Боліайя и Лобачевскаго.

Возьмите линію AB и точку C. Мы говоримъ и видимъ, и знаемъ, что черезъ C можетъ быть проведена только одна параллельная линія къ AB.



Фиг. 31.

Но Боліай сказалъ: „Я проведу двѣ". Пусть CD будетъ параллельною къ AB, т. е. не встрѣчается съ AB, какъ бы ее далеко не продолжить и пусть линіи по ту сторону CD также не встрѣчаются съ AB. Пусть образуется извѣстная область между CD и CE, въ которой ни одна проведенная линія не встрѣчается съ AB. CE и CD, продолженныя назадъ черезъ C, дадутъ подобную же область по другую сторону C. Ничего и никогда до сихъ поръ не было написано столь горделиво и, можно сказать, столь нагло игнорирующаго наши чувства. Люди боролись противъ ограниченій, какія налагаетъ на насъ наше тѣло, препирались съ ними, ненавидѣли ихъ, одолѣвали ихъ.



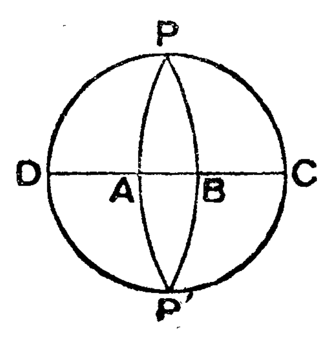
Фиг. 32.

Но никто никогда не думалъ просто такимъ образомъ, какъ если бы это тѣло, эти тѣлесные глаза, эти органы зрѣнія и весь этотъ широкій опытъ пространства не существовали вовсе. Вѣковая распря души съ тѣломъ, борьба за преобладаніе, — достигли кульминаціоннаго пункта. Боліай и Лобачевскій именно такъ думали, какъ если бы тѣла не было. Борьба духа за власть, всякій споръ и единоборство были окончены въ пользу духа; на сторонѣ духа сила и — венгерецъ провелъ свою линію.

Можемъ ли указать, какъ въ случаѣ съ Парменидомъ, на какую-нибудь связь между этими умозрѣніями и высшимъ пространствомъ? Можемъ ли предположить, что существовало какое-либо внутреннее познаваніе душою движенія, не извѣстнаго чувствамъ, — познаваніе, которое выразилось въ этой теоріи, столь независимой отъ чувства? Никакое подобное предположеніе не кажется основательнымъ.

Практически, однако, метагеометрія имѣла большое вліяніе на выдвиженіе высшаго пространства на передній планъ въ качествѣ рабочей гипотезы. Это можно отнести къ склонности ума дѣйствовать въ направленіи наименьшаго сопротивленія. Къ заключеніямъ новой геометріи нельзя было относиться съ пренебреженіемъ; проблема параллельныхъ линій занимала слишкомъ выпуклое мѣсто въ развитіи математики, чтобы можно было не считаться съ ея послѣдними выводами. Но эта крайняя независимость всѣхъ механическихъ соображеній, эта совершенная отчужденность отъ установившихся взглядовъ, представлялись настолько трудными, что почти со всякою другою гипотезою легче было примириться. Когда же Бельтрами показалъ, что геометрія Лобачевскаго и Боліайя была геометріею кратчайшихъ линій, проведенныхъ на извѣстныхъ кривыхъ поверхностяхъ, тогда теорія высшаго пространства привлекла къ себѣ вниманіе. Иллюстраціею теоріи Бельтрами служитъ простое разсмотрѣніе гипотетическаго существа, живущаго на сферической поверхности.

Пусть ABCD изображаетъ экваторъ шара, а AP, BP — меридіональныя линіи, проведенныя до полюса P. Линіи AB, AP, BP будутъ казаться совершенно прямыми для лица, движущагося по поверхности шара и не сознающаго его кривизны. Линіи AB и BP образуютъ прямые углы съ AB, слѣдовательно онѣ удовлетворяютъ условіямъ параллельности линій и, однако, встрѣчаются въ точкѣ P. Такимъ образомъ существо, живущее на сферической поверхности и не сознающее ея кривизны, найдетъ, что параллельныя линіи сходятся. Оно найдетъ также, что сумма угловъ въ треугольникѣ больше двухъ прямыхъ. Напримѣръ, въ треугольникѣ PAB углы при A и B прямые, почему сумма всѣхъ трехъ угловъ въ треугольникѣ PAB должна быть больше двухъ прямыхъ.



Фиг. 33.

И дѣйствительно, согласно одной изъ системъ метагеометріи (послѣ того, какъ Лобачевскій показалъ дорогу, найдена была возможность установленія и иныхъ системъ, кромѣ его системы) сумма угловъ въ треугольникѣ больше двухъ прямыхъ.

Такимъ образомъ, обитатель сферической поверхности составилъ бы себѣ такія понятія о своемъ пространствѣ, какъ если бы онъ жилъ на плоскости, матерія которой обладала бы такими свойствами, какія допускаетъ одна изъ этихъ системъ геометріи. Бельтрами также открылъ нѣкоторую поверхность, на которой можно провести черезъ точку болѣе чѣмъ одну «прямую» линію, не пересѣкающуюся съ другою данною линіею. Я употребляю слово «прямая» въ смыслѣ линіи, обладающей свойствомъ представлять кратчайшій путь между двумя какими-либо точками. Слѣдовательно, не поступаясь обыкновенными методами измѣренія, возможно найти условія, при которыхъ житель плоскости имѣлъ бы необходимый опытъ, соотвѣтствующій геометріи Лобачевскаго. Принимая же

въ соображеніе высшее пространство и тѣла, ограниченныя кривыми поверхностями въ такомъ высшемъ пространствѣ, можно считаться съ подобными же опытами въ трехмѣрномъ пространствѣ.

Въ концѣ концовъ гораздо легче вообразить себѣ существованіе пространства высшаго измѣренія, чѣмъ представить себѣ вращающуюся вокругъ одной точки палку такимъ образомъ, чтобы конецъ ея не описывалъ круга. А такъ какъ логически построенныя понятія оказалось труднѣе усвоить, чѣмъ понятіе о четыхмѣрномъ пространствѣ, то мысль обратилась къ послѣднему, какъ къ простому объясненію возможностей, на какія указалъ Лобачевскій. Мыслители уже привыкли имѣть дѣло съ геометріей высшаго пространства — это былъ Кантъ, говоритъ Веронезе, первый, употребившій выраженіе «различныя пространства», — а вмѣстѣ съ привычкою къ нему стала чувствоваться и законность существованія этого понятія.

Съ того времени остается сдѣлать лишь небольшой шагъ въ дѣлѣ согласованія обыкновенныхъ механическихъ понятій съ высшимъ пространственнымъ существованіемъ, и тогда признаніе объективнаго существованія послѣдняго нельзя будетъ дальше откладывать. И здѣсь также, какъ во многихъ иныхъ случаяхъ, выходитъ, что порядокъ и соотношеніе въ области нашихъ идей соотвѣтствуютъ порядку и соотношенію вещей въ природѣ.

Какое же имѣютъ значеніе для насъ труды Лобачевскаго и Боліайя?

Они должны быть признаны какъ нѣчто совершенно отличное отъ понятія о высшемъ пространствѣ; они примѣнимы лишь къ пространствамъ разныхъ измѣреній. Поставивъ понятіе о разстояніи въ зависимость отъ матеріи, съ которой оно неразрывно связано, эти труды обѣщаютъ величайшую помощь въ дѣлѣ анализа, потому что дѣйствительное разстояніе между какими-либо двумя частицами представляетъ результатъ сложныхъ матеріальныхъ условій и не можетъ быть оцѣниваемо тѣсными, шаблонными правилами. Окончательное ихъ значеніе далеко еще не

выяснилось. Они представляютъ нѣчто освободившееся отъ оковъ чувства, несовпадающее съ признаніемъ высшаго измѣренія, но косвенно содѣйствующее ему.

Итакъ мы приходимъ, въ концѣ концовъ, къ тому, о чемъ Платонъ догадывался и что подразумѣваетъ аристотелева доктрина относительности вещества. И широкая вселенная имѣетъ нѣчто выше себя; а начиная сознавать это, мы находимъ, что руководящее внутри насъ бытіе не держится непремѣнно въ сторонѣ отъ нашего систематическаго знанія.

ГЛАВА VI.

Высшій міръ.

Страннымъ, дѣйствительно, образомъ мы приступаемъ къ составленію понятій о высшемъ мірѣ.

Простѣйшіе предметы, окружающіе насъ въ нашей повседневной жизни, въ родѣ дверей, стола, колеса — совершенно непознаваемы и чужды въ мірѣ четырехъ измѣреній, между тѣмъ какъ отвлеченныя идеи о вращеніи, о силѣ, напряженіи, упругости, которыя добываются нами путемъ анализа привычныхъ намъ элементовъ ежедневнаго опыта, могутъ быть переводимы туда безъ всякаго затрудненія и считаться тамъ умѣстными. Такимъ образомъ, мы поставлены въ необычное положеніе, будучи вынужденными устанавливать то, въ чемъ именно заключается ежедневный, обыкновенный опытъ четырехмѣрнаго существа и исходить при этомъ лишь изъ знакомства съ абстрактными теоріями о пространствѣ, матеріи и движеніи въ четырехмѣрномъ пространствѣ. Это совершенно обратный процессъ тому, съ какимъ имѣемъ дѣло въ жизни, въ теченіе которой переходимъ отъ богатаго матеріала для воспріятія внѣшними чувствами къ абстрактнымъ теоріямъ.

Чѣмъ будетъ колесо въ четвертомъ измѣреніи? Какой рычагъ для передачи силы имѣетъ въ своемъ распоряженіи четырехмѣрное существо?

Четырехмѣрнымъ колесомъ и четырехмѣрнымъ рычагомъ мы и займемся на этихъ нѣсколькихъ страницахъ. И это составляетъ вовсе не какое-нибудь пустое, ничтожное изслѣдованіе. Въ области попы-

токъ проникнуть въ природу высшаго, ввести въ нашъ кругозоръ то, что является трансцендентальнымъ и превосходитъ всякія сравненія, вѣрнѣе всего матеріальный, физическій путь, идя по которому, мы имѣемъ больше вѣроятія избѣжать ошибокъ, чѣмъ если будемъ слѣдовать протореннною дорожкою созиданія вымысловъ, какъ бы они ни казались намъ своею возвышенностью и красотою идеально совершенными.

Когда мы озабочены только своимъ собственнымъ ходомъ мыслей, когда мы работаемъ надъ развитіемъ нашихъ собственныхъ идеаловъ, мы, какъ будто, помѣщаемся на нѣкоторой кривой и движемся на ней въ каждый данный моментъ по касательной. Куда мы стремимся, что мы устанавливаемъ и превозносимъ какъ совершенство, изображается не дѣйствительнымъ склоненіемъ кривой линіи, но нашимъ собственнымъ направленіемъ въ текущій моментъ, т. е. стремленіемъ, обусловленнымъ всѣмъ нашимъ прошедшимъ и жизненною энергіею нашего основного побужденія, которое тогда лишь истинно, если постоянно видоизмѣняется. Вѣчнаго корректора нашихъ стремленій и идеаловъ матеріальная вселенная величественно доставляетъ намъ какъ въ лицѣ простѣйшихъ вещей, которыя мы можемъ трогать руками и направлять по своему разумѣнію, такъ и въ лицѣ безконечной дали звѣзднаго пространства. Все это вмѣстѣ взятое, совершенно равнодушное ко всему тому, что мы объ немъ думаемъ, или что мы чувствуемъ, представляетъ собою одинъ непоколебимый фактъ, съ которымъ, будемъ ли его считать добромъ или зломъ, приходится намъ лишь сообразоваться. Но среди всей этой, окружающей насъ безстрастности, мы не можемъ терять изъ виду нѣчто, существующее внѣ нашихъ личныхъ надеждъ и опасеній, поддерживающее насъ и обусловливающее наше существованіе.

И вотъ къ этому великому бытію мы обращаемся съ вопросомъ: «Что дѣлаетъ тебя высшимъ?»

Или, чтобы поставить нашъ вопросъ въ такой формѣ, при которой не было бы мѣста безсодержательнымъ заключеніямъ, и чтобы приступить къ раз-

рѣшенію проблемы съ самой доступной ея стороны, спросимъ: «Чѣмъ будетъ колесо и рычагъ въ четырехмѣрной механикѣ?»

Вступая на путь такого изслѣдованія, мы должны составить планъ образа дѣйствія. Избираемый мною методъ заключается въ томъ, чтобы прослѣдить тотъ ходъ разсужденія, при помощи котораго существо, ограниченное движеніями двухмѣрнаго міра, могло бы достигнуть понятія о нашихъ поворотахъ и о нашемъ вращеніи, а затѣмъ примѣнить аналогичный процессъ мышленія къ высшимъ движеніямъ. Обитателя плоскости слѣдуетъ воображать не какъ нѣчто отвлеченное, но какъ дѣйствительную плоть, обладающую всѣми тремя измѣреніями. Ограниченіе его дѣятельности плоскостью должно считаться слѣдствіемъ физическихъ условій.

Слѣдовательно мы будемъ думать о немъ, какъ о выкроенной фигурѣ изъ бумаги, помѣщенной на гладкой поверхности. Скользя въ своей плоскости и приходя въ соприкосновеніе съ другими фигурами, одинаково тонкими какъ и онъ самъ въ третьемъ измѣреніи, онъ будетъ судить объ нихъ только по ихъ краямъ. Для него онѣ будутъ вполнѣ ограничены линіями. Реальнымъ тѣломъ будетъ для него тѣло двухмѣрнаго протяженія, ко внутренности котораго можно достигнуть, только проникнувъ сквозь ограничивающія его линіи.

Такой обитатель плоскости можетъ представлять себѣ наше трехмѣрное существованіе двоякимъ образомъ.

Во-первыхъ, онъ можетъ думать о немъ, какъ о рядѣ сѣченій, изъ коихъ каждое подобно знакомому ему двухмѣрному тѣлу и которыя расположены въ направленіи ему неизвѣстномъ, простирающемся поперекъ осязаемой имъ вселенной, подъ прямымъ угломъ ко всякому дѣлаемому имъ движенію.

Во-вторыхъ, отказываясь представить себѣ трехмѣрное твердое тѣло въ его цѣломъ, онъ можетъ его воображать состоящимъ изъ множества плоскихъ сѣченій, совершенно похожихъ на извѣстныя ему двух-

мѣрныя тѣла, но простирающихся внѣ его двухмѣрнаго пространства.

Квадратъ, лежащій въ его пространствѣ, онъ разсматриваетъ какъ тѣло, ограниченное четырьмя линіями, изъ коихъ каждая лежитъ въ его пространствѣ.

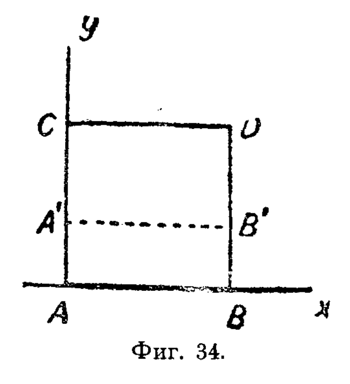
Квадратъ, стоящій подъ какимъ-либо угломъ къ его плоскости, кажется ему просто линіею, потому что онъ весь, за исключеніемъ одной линіи, простирается въ третьемъ измѣреніи.

Онъ можетъ воображать себѣ трехмѣрное тѣло состоящимъ изъ множества сѣченій, каждое изъ которыхъ начинается отъ линіи въ его пространствѣ.

Такъ какъ въ его мірѣ всякій чертежъ или модель, какіе онъ въ состояніи сдѣлать, заключаютъ въ себѣ только два измѣренія, то онъ въ состояніи представить себѣ каждое такое прямое сѣченіе, какъ оно соотвѣтствуетъ дѣйствительности и можетъ представить себѣ поворотъ изъ извѣстнаго въ неизвѣстное ему измѣреніе, какъ поворотъ отъ одного извѣстнаго къ другому извѣстному для него измѣренію.

Чтобы усмотрѣть цѣлое, онъ принужденъ поступиться частью того, что имѣетъ и составлять понятіе о цѣломъ по частямъ.

Вообразите теперь обитателя плоскости передъ квадратомъ (фиг. 34). Квадратъ можетъ поворачиваться кругомъ любой точки въ проскости, — напримѣръ, точки A. Но онъ не можетъ поворачиваться кругомъ какой-нибудь линіи, напримѣръ, линіи AB. Для того, чтобы повернуться вокругъ линіи AB, квадратъ долженъ выйти изъ плоскости и двигаться въ третьемъ измѣреніи. Такое движеніе находится внѣ сферы, доступной для его наблюденія, и, слѣдовательно, является для него непостижимымъ иначе, какъ въ силу лишь какого-нибудь особаго процесса разсужденія.

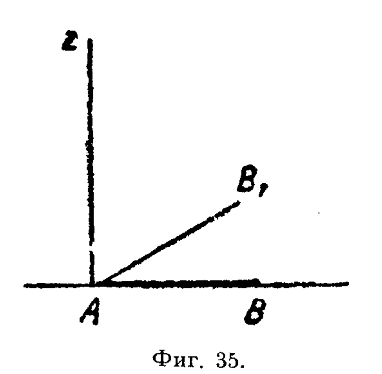


Фиг. 34.

Такимъ образомъ, вращеніе — будетъ для него лишь вращеніемъ вокругъ точки. Вращеніе вокругъ линіи будетъ для него непонятнымъ.

Результатъ вращенія вокругъ линіи онъ можетъ подмѣтить. Онъ можетъ видѣть первое и послѣднее занимаемыя положенія при полуоборотѣ квадрата вокругъ линіи AC. Въ результатѣ такого полуоборота квадратъ ABCD перемѣстится съ права на лѣво относительно линіи AC. Это будетъ соотвѣтствовать проталкиванію всего тѣла ABCD сквозь линію AC, или воспроизведенію твердаго тѣла, котораго точнымъ отраженіемъ является линія AC. Это было бы равносильно тому, какъ если бы квадратъ превратился въ свое изображеніе, при чемъ линія AB служила бы зеркаломъ. Получать такого рода обратныя положенія частей квадрата было бы невозможнымъ въ его пространствѣ. Подобные случаи были бы доказательствомъ существованія высшей протяженности.

Предположите теперь, что онъ, усвоивъ себѣ понятіе о трехмѣрномъ тѣлѣ, какъ о рядѣ сѣченій, лежащихъ одно позади другого въ направленіи перпендикулярномъ къ его плоскости, считаетъ кубъ (фиг. 36) состоящимъ изъ ряда сѣченій, одинаковыхъ съ квадратомъ, образующимъ его основаніе, и крѣпко соединенныхъ другъ съ другомъ.



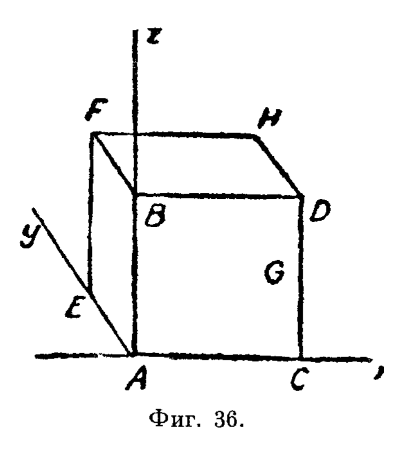
Фиг. 35.

Если онъ поворачиваетъ квадратъ вокругъ точки A въ плоскости xy, то каждое параллельное сѣченіе поворачивается вмѣстѣ съ двигаемымъ имъ квадратомъ. Въ каждомъ изъ сѣченій есть точка въ покоѣ, лежащая вертикально надъ точкою A. Отсюда онъ долженъ заключить, что при поворотѣ трехмѣрнаго тѣла существуетъ линія, остающаяся въ покоѣ. Въ этомъ заключается трехмѣрное вращеніе вокругъ линіи.

Подобнымъ же образомъ взглянемъ на самихъ себя, какъ ограниченныхъ трехмѣрнымъ міромъ въ силу физическихъ условій. Вообразимъ себѣ, что существуетъ нѣкоторое направленіе, образующее прямой уголъ съ каждымъ направленіемъ, по которому мы можемъ двигаться и что намъ препятствуетъ прослѣдовать въ этомъ направленіи нѣкоторое громадное тѣло, по которому мы при всякомъ движеніи лишь скользимъ, подобно тому, какъ скользитъ обитатель плоскости въ своемъ плоскомъ мірѣ.

Мы можемъ разсматривать четырехмѣрное тѣло состоящимъ изъ ряда сѣченій, параллельныхъ нашему пространству и расположенныхъ другъ за другомъ въ неизвѣстномъ для насъ направленіи.

Возьмите простѣйшее четырехмѣрное тѣло начинающееся въ видѣ куба (фиг. 36) въ нашемъ пространствѣ и состоящее изъ сѣченій, въ видѣ того же куба на фиг. 36, лежащихъ внѣ нашего пространства. Если мы поворачиваемъ кубъ, представляющій основаніе этого тѣла, въ нашемъ пространствѣ, — если, напримѣръ, на фиг. 36, поворачиваемъ кубъ вокругъ линіи AB, то не только нашъ кубъ, но и каждый изъ параллельныхъ ему кубовъ движется вокругъ нѣкоторой линіи. Кубъ, видимый нами, движется вокругъ линіи AB, слѣдующій за нимъ кубъ движется вокругъ линіи параллельной AB и т. д. Слѣдовательно, все четырехмѣрное тѣло движется вокругъ нѣкоторой плоскости, потому что совокупность этихъ линій, согласно складу нашей мысли, соотвѣтствуетъ плоскости, которая, начинаясь отъ линіи AB въ нашемъ пространствѣ, отходитъ въ неизвѣстномъ направленіи.



Фиг. 36.

Въ этомъ случаѣ все, что мы видимъ изъ всей

этой плоскости, въ которой происходитъ вращеніе, составляетъ лишь одну линію AB.

Но очевидно, что плоскость, служащая осью вращенія, можетъ лежать и въ нашемъ пространствѣ. Плоскость, совмѣстно съ лежащею внѣ ея точкою, опредѣляетъ трехмѣрное пространство. Когда точка начинаетъ вращаться вокругъ плоскости, она не движется гдѣ-либо въ трехмѣрномъ пространствѣ, а тотчасъ изъ него выходитъ. Точка столько же не можетъ вращаться вокругъ плоскости въ трехмѣрномъ пространствѣ, сколько она не въ состояніи вращаться вокругъ линіи въ двухмѣрномъ пространствѣ.

Примѣнимъ теперь второй способъ представленія высшаго тѣла къ случаю вращенія вокругъ плоскости и будемъ созидать нашу аналогію шагъ за шагомъ, начиная съ вращенія въ плоскости вокругъ точки, затѣмъ въ пространствѣ вокругъ линіи и т. д.

Для того, чтобы сдѣлать наши соображенія по возможности менѣе сложными, постараемся осознать, какъ обитатель плоскости будетъ объяснять себѣ то движеніе, вслѣдствіе котораго квадратъ поворачивается вокругъ линіи.

Пусть, на фиг. 34, ABCD изображаетъ квадратъ въ его плоскости; изобразимъ также два измѣренія въ его пространствѣ, обозначенныя осями Ax, Ay.

Движеніе, вслѣдствіе котораго квадратъ вращается вокругъ линіи AC, подразумѣваетъ третье измѣреніе.

Онъ не можетъ себѣ представить поворота всего квадрата, но можетъ представить себѣ движеніе его частей. Назовемъ третью ось, перпендикулярную къ плоскости бумаги, осью z. Изъ трехъ осей x, y, z обитатель плоскости можетъ себѣ представить только двѣ какія-нибудь оси въ своей плоскости. Пусть онъ начертитъ, фиг. 35, двѣ такихъ оси, x и z. Здѣсь онъ имѣетъ въ своей плоскости изображеніе того, что существуетъ въ плоскости, отходящей перпендикулярно къ его пространству.

Въ этомъ изображеніи квадратъ не можетъ быть показанъ, потому что въ плоскости xz изъ всего квадрата заключается только линія AB.

Такимъ образомъ, житель плоскости получитъ, фиг. 35, изображеніе одной линіи АВ своего квадрата и двухъ осей *x* и *z*, подъ прямымъ угломъ другъ къ другу. Для него очевидно, что при знакомомъ ему поворотѣ, т. е. путемъ вращенія вокругъ точки, линія АВ можетъ поворачиваться вокругъ А и, занимая послѣдовательно всѣ промежуточныя положенія, подобныя АВ′, можетъ лечь послѣ полуоборота въ положеніе Ах, но какъ бы продвинутое сквозь А по другую его сторону.

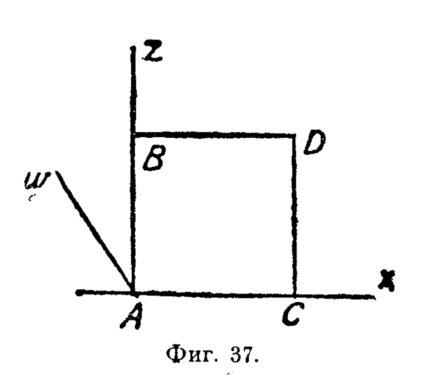
Подобно тому, какъ онъ можетъ изобразить вертикальную плоскость линіею АВ, онъ можетъ также изобразить ее и линіею А′В′, фиг. 34, и подобнымъ же образомъ можетъ видѣть, что линія А′В′ можетъ поворачиваться вокругъ точки А′, пока не ляжетъ въ противоположномъ направленіи въ сравненіи съ тѣмъ направленіемъ, въ какомъ она лежала первоначально.

Эти два поворота не заключаютъ въ себѣ ничего несообразнаго съ дѣйствительностью. Если бы поворотъ линіи АВ вокругъ точки А, или линіи А′В′ вокругъ А′, происходилъ въ одной плоскости, то цѣлость квадрата нарушилась бы; такое движеніе было бы невозможнымъ. Но въ поворотѣ, наблюдаемомъ жителемъ плоскости по частямъ, ничего нѣтъ несообразнаго. Каждая линія квадрата можетъ поворачиваться такимъ образомъ, и житель плоскости можетъ себѣ представить поворотъ всего квадрата, какъ сумму поворотовъ множества отдѣльныхъ его частей. Если бы эти повороты происходили въ его плоскости, они были бы несуразны; но въ силу третьяго измѣренія они объясняются и въ общемъ результатѣ квадратъ поворачивается вокругъ линіи АС и принимаетъ положеніе, которое является какъ бы зеркальнымъ отраженіемъ занимаемаго имъ первоначальнаго положенія. Такимъ образомъ, онъ въ состояніи сознать поворотъ вокругъ линіи, поступившись одною изъ своихъ осей и изображая свой квадратъ по частямъ.

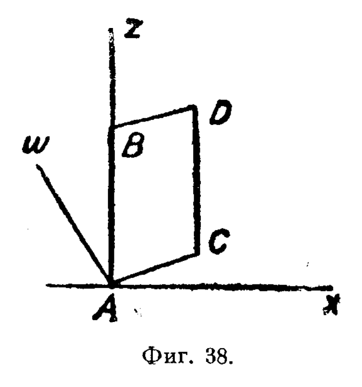
Примѣнимъ этотъ методъ къ такому повороту куба, при которомъ онъ становился бы зеркальнымъ изображеніемъ самого себя. Въ нашемъ пространствѣ

мы въ состоянiи провести три независимыхъ оси — x, y, z, показанныя на фиг. 36. Предположите, что существуетъ четвертая ось, w, которая составляетъ прямой уголъ съ каждою изъ первыхъ трехъ осей. Мы не можемъ, сохраняя всѣ три оси — x, y, z, изобразить w въ нашемъ пространствѣ; но если поступимся одною изъ нашихъ осей, тогда четвертая ось можетъ занять ея мѣсто и мы будемъ въ состоянiи изобразить то, что лежитъ въ пространствѣ, опредѣляемомъ двумя удержанными осями и четвертою осью.

Предположимъ, что мы выбросили ось y и замѣнили ее осью w, въ качествѣ оси замѣняющей ея направленiе. Мы имѣемъ на фиг. 37 чертежъ того, что останется въ полѣ нашего зрѣнiя изъ всего куба. Квадратъ ABCD останется безъ перемѣны, потому что онъ помѣщается въ плоскости xz, которою мы еще обладаемъ. Но отъ этой плоскости кубъ простирается въ направленiи оси y; а такъ какъ ось y отброшена, то для насъ осталась отъ куба только его грань ABCD. Разсматривая эту грань, мы заключаемъ, что ее можно свободно повернуть вокругъ линiи AB. Она можетъ вращаться въ направленiи отъ x къ w вокругъ этой линiи. На фиг. 38 она показана на пути своего вращенiя и, конечно, можетъ продолжать поворачиваться, пока не ляжетъ по другую сторону оси z въ плоскости xz.



Фиг. 37.

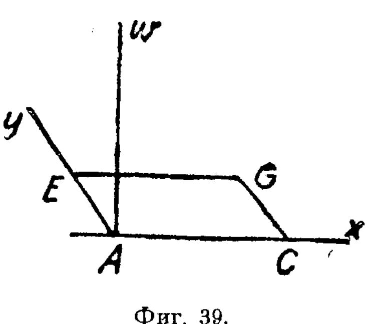


Фиг. 38.

Мы можемъ также взять сѣченiе параллельное грани ABCD и затѣмъ, дозволивъ выпасть всему на-

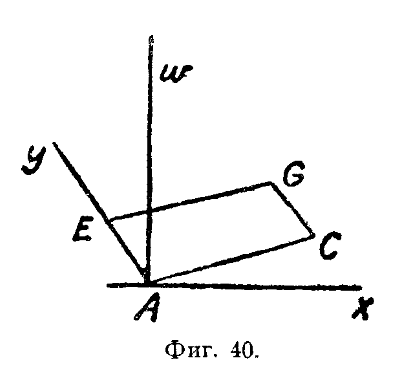
шему пространству за исключеніемъ плоскости этого сѣченія, ввести ось *w*, пролегающую въ прежнемъ *y* направленіи. Это сѣченіе можетъ быть воспроизведено тѣмъ же чертежомъ, фиг. 38, изъ котораго мы видимъ, что оно можетъ поворачиваться вокругъ линіи въ лѣвую сторону, пока, сдѣлавъ полъ-оборота, не станетъ въ противоположное направленіе въ сравненіи съ тѣмъ, какое занимало первоначально. Эти повороты разныхъ сѣченій не представляютъ собою что-либо несуразное и, взятые въ совокупности, приводятъ кубъ изъ положенія, показаннаго на фиг. 36, въ положеніе, показанное на фиг. 41.

Въ нашемъ пространствѣ мы имѣемъ три оси въ своемъ распоряженіи и мы вовсе не обязаны изображать ось *w* какою-нибудь одною изъ нихъ, особенною. Мы можемъ любую изъ нихъ предположить исчезнувшею и замѣнить ее четвертою осью.



Фиг. 39.

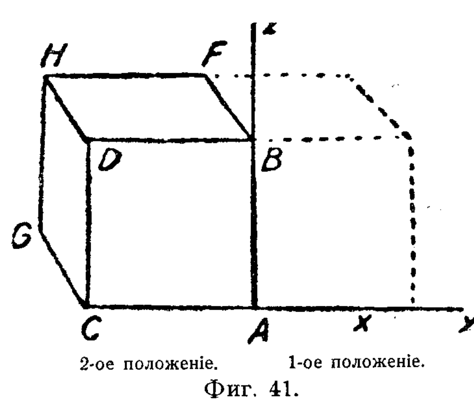
Пусть на фиг. 36 отпала ось *z*. Доступнымъ нашему зрѣнію останется отъ куба лишь квадратное его основаніе ACEG въ плоскости *xy*, какъ показано на фиг. 39. Если станетъ на мѣсто оси *z* ось *w*, то въ изображенномъ пространствѣ *xyw* на фиг. 39 отъ куба продолжаетъ существовать только его квадратное основаніе. Путемъ поворота отъ *x* къ *w* это основаніе можетъ вращаться вокругъ линіи AE, какъ показано на фиг. 40 и послѣ полуоборота оно ляжетъ по другую сторону оси *y*. Подобнымъ же образомъ мы можемъ вращать сѣченія, параллельныя основанію вращенія, отъ *x* къ *w* и каждое изъ нихъ послѣдова-



Фиг. 40.

тельно станетъ въ противоположномъ направленіи въ сравненіи съ тѣмъ, какое оно занимало первоначально.

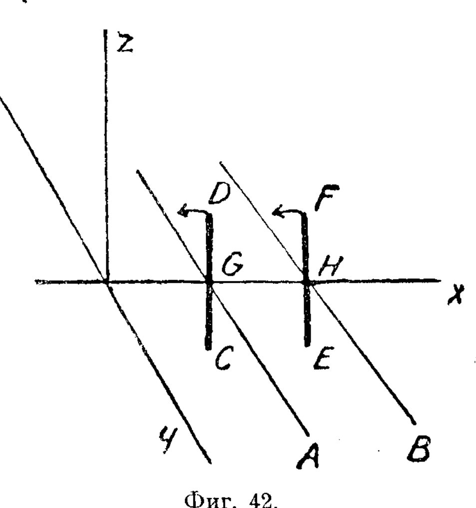
Такимъ образомъ, кубъ перейдетъ опять изъ положенія на фиг. 36 въ положеніе на фиг. 41. Въ этомъ поворотѣ отъ x къ w мы видимъ, что онъ совершается вслѣдствіе вращенія сѣченій, параллельныхъ передней грани, вокругъ линій, параллельныхъ AB; или, иначе, мы можемъ принимать этотъ поворотъ за вращеніе сѣченій, параллельныхъ основанію, вокругъ линій, параллельныхъ AE. Это есть вращеніе всего куба вокругъ плоскости ABEF. Въ нашемъ пространствѣ два отдѣльныхъ сѣченія не могли бы вращаться вокругъ двухъ отдѣльныхъ линій безъ столкновенія, но ихъ движеніе становится возможнымъ, если принимаемъ во вниманіе иное измѣреніе. Житель плоскости можетъ принимать вращеніе вокругъ линіи за вращеніе вокругъ множества точекъ, при чемъ эти вращенія не препятствуютъ другъ другу, какъ они препятствовали бы, если бы совершались въ двухмѣрномъ пространствѣ. Подобнымъ же образомъ мы можемъ принимать вращеніе вокругъ плоскости за вращеніе множества сѣченій тѣла вокругъ множества линій въ плоскости, такъ какъ эти вращенія не будутъ невозможными въ четырехмѣрномъ пространствѣ, какими они являются въ трехмѣрномъ пространствѣ.



Фиг. 41.

Мы вовсе не связаны условіемъ придерживаться какого-нибудь особаго направленія линій въ плоскости, вокругъ которой предполагаемъ происходитъ вращеніе отдѣльныхъ сѣченій. Начертимъ сѣченіе куба, фиг. 36, черезъ точки A, F, C, H, опредѣляющія наклонную плоскость. Такъ какъ четвертое измѣреніе про-

стирается подъ прямымъ угломъ къ каждой линіи въ нашемъ пространствѣ, то оно образуетъ также прямой уголъ и съ этимъ сѣченіемъ. Мы можемъ изобразить наше пространство, начертивъ ось подъ прямымъ угломъ къ плоскости ACEG, тогда наше пространство опредѣлится плоскостью ACEG и перпендикулярной осью. Если выкинемъ эту ось и предположимъ, что ее замѣнила четвертая ось *w*, то получимъ изображеніе пространства, простирающагося въ четвертомъ измѣреніи отъ плоскости ACEG. Въ этомъ пространствѣ мы увидимъ отъ всего куба только его сѣченіе ACEG, такъ какъ одинъ кубъ вовсе не простирается въ четвертое измѣреніе.



Фиг. 42.

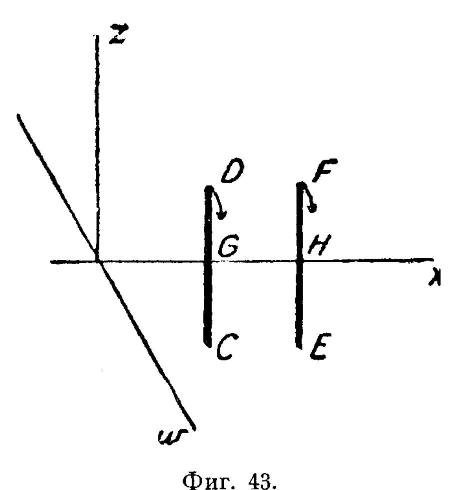
Если сохраняя эту плоскость, мы вводимъ четвертое измѣреніе, то получаемъ пространство, въ которомъ существуетъ только это сѣченіе и ничего больше. Сѣченіе можетъ поворачиваться вокругъ линіи AF и параллельныя сѣченія могутъ поворачиваться вокругъ параллельныхъ линій. Такимъ образомъ, въ отношеніи вращенія вокругъ плоскости мы можемъ изображать ее въ любомъ направленіи и считать возможнымъ вращеніе вокругъ нея послѣдовательныхъ сѣченій.

Чтобы лучше это выяснить, возьмемъ двѣ параллельныя линіи A и B въ пространствѣ *xyz*; CD и EF пусть будутъ два прута, пересѣкающіе эти линіи выше и ниже плоскости *xy*, фиг. 42. Если мы повернемъ пруты въ нашемъ пространствѣ вокругъ линій A и B, то, по мѣрѣ того какъ верхній конецъ одного изъ

нихъ, F, пойдетъ внизъ, нижній конецъ другого прута, C, направится вверхъ. Они встрѣтятся и столкнутся. Но въ четвертомъ измѣреніи эти два прута могутъ свободно поворачиваться вокругъ двухъ линій, не измѣняя своихъ относительныхъ разстояній.

Чтобы убѣдиться въ этомъ, предположите, что ось *y* исчезла и ея мѣсто заняла ось *w*. Мы не увидимъ больше линій A и B, такъ какъ изъ точекъ G и H онѣ исчезли въ направленіи *y*.

Фиг. 43 представляетъ положеніе двухъ прутовъ въ пространствѣ *xzw*. Вращаясь въ направленіи показанномъ стрѣлками отъ *z* къ *w*, они движутся параллельно другъ другу, сохраняя свои относительныя разстоянія. Каждый вращается вокругъ своей собственной линіи, при чемъ ихъ вращеніе нисколько не является несовмѣстнымъ съ тѣмъ обстоятельствомъ, что они составляютъ часть несгибающагося тѣла.



Фиг. 43.

Чтобы получить представленіе о массѣ матеріи простирающейся на равныхъ разстояніяхъ съ каждой стороны поперечной плоскости, намъ остается теперь предположить центральную плоскость съ прутами пересѣкающими ее въ каждой точкѣ, подобно тому, какъ CD и EF пересѣкаютъ плоскость *xy*. Точно такъ же какъ эти пруты въ состояніи вращаться, могутъ вращаться и всѣ остальные, а слѣдовательно и вся масса матеріи, вокругъ своей поперечной плоскости.

Это вращеніе вокругъ плоскости въ четвертомъ измѣреніи соотвѣтствуетъ вращенію вокругъ оси въ третьемъ измѣреніи. Вращеніе тѣла вокругъ плоскости аналогично вращенію прута вокругъ оси.

Въ плоскости мы имѣемъ вращеніе вокругъ точки; въ трехмѣрномъ пространствѣ вращеніе происходитъ вокругъ осевой линіи; въ четырехмѣрномъ пространствѣ вращеніе—вокругъ осевой плоскости.

Для четырехмѣрнаго существа рычагомъ, служащимъ для передачи силы, является нѣкоторый дискъ, вращающійся вокругъ своей центральной плоскости, очертаніе которой соотвѣтствуетъ концамъ оси вращенія въ нашемъ пространствѣ. Четырехмѣрное существо можетъ передавать вращеніе съ одного пункта на другой, подобно тому, какъ въ трехмѣрномъ пространствѣ можетъ быть передано вращеніе вокругъ линіи съ одного конца стержня на другой.

Четырехмѣрное колесо легко можно себѣ представить, судя по аналогіи съ тѣмъ представленіемъ, какое могъ бы образовать себѣ житель плоскости объ одномъ изъ нашихъ колесъ.

Предположите, что колесо движется поперекъ плоскости такимъ образомъ, что весь его дискъ, который я беру сплошнымъ и безъ спицъ, приходитъ одновременно въ соприкосновеніе съ плоскостью. Колесо будетъ казаться круговой частью плоскости, совершенно окружающей другую, меньшую часть — ступицу.

Это явленіе будетъ длиться, пока колесо, продолжая двигаться, не пересѣчетъ плоскости на все протяженіе своей толщины; и тогда въ плоскости останется только маленькій кругъ, представляющій сѣченіе ступицы. Первоначально нельзя усмотрѣть въ плоскости никакого иного пути для достиженія ступицы, какъ сквозь самое вещество колеса. Но возможность достигнуть ступицы, не нарушивъ вещества колеса, сдѣлается очевидною вслѣдъ за открытіемъ, что сѣченіе ступицы существуетъ и по исчезновеніи колеса.

Подобнымъ же образомъ четырехмѣрное колесо, движущееся поперекъ нашего пространства, казалось бы первоначально сплошною сферою, совершенно окружающею меньшую сплошную сферу. Внѣшняя

сфера изображала бы колесо и видима была бы до тѣхъ поръ, пока не пересѣкла бы нашего пространства во всю свою толщину. Тогда осталась бы одна меньшая сфера, представляющая сѣченіе ступицы. Большая сфера могла бы двигаться вокругъ маленькой совершенно свободно. Любая линія въ пространствѣ могла бы быть принята за ось и вокругъ этой линіи внѣшняя сфера могла бы вращаться, между тѣмъ внутренняя сфера не участвовала бы въ движеніи. Но во всѣхъ этихъ направленіяхъ вращенія одна линія, въ дѣйствительности, оставалась бы неизмѣнною, — это линія, простирающаяся въ четвертомъ направленіи и составляющая ось ступицы. Четырехмѣрное колесо можетъ вращаться въ любомъ количествѣ плоскостей, но всѣ эти плоскости обладаютъ однимъ общимъ свойствомъ, заключающимся въ томъ, что къ нимъ всѣмъ можетъ быть проведена линія подъ прямомъ угломъ, не измѣняемая совершающимся въ нихъ вращеніемъ.

Приходится иногда слышать упреки по поводу аргументаціи, основанной на аналогіи между міромъ плоскости и мірами высшихъ измѣреній. Находятъ слишкомъ искусственною эту идею о мірѣ плоскости. Говорятъ, если бы можно было показать, что съ поверхностями связано нѣкоторое дѣйствительное существованіе, то это послужило бы доводомъ тому, что наше трехмѣрное существованіе поверхностно по отношенію къ какому-то иному міру. Но и по одну и по другую сторону знакомаго намъ пространства, какъ міры съ меньшимъ, такъ и съ большимъ чѣмъ три измѣреніями представляютъ лишь продуктъ воображенія.

Въ отвѣтъ на это я замѣчу, что житель плоскости, имѣя меньше однимъ измѣреніемъ въ сравненіи съ нами, обладалъ бы одною третью нашихъ возможностей движенія, между тѣмъ, какъ мы имѣемъ всего на одну четверть меньше этихъ возможностей, чѣмъ существо высшаго измѣренія. Очень можетъ быть, что требуется извѣстное количество свободы движенія, въ качествѣ необходимаго условія, для органиче-

скаго существованія и что никакое матеріальное существованіе невозможно при меньшемъ числѣ измѣреній, чѣмъ наше. Къ этому заключенію, въ особенности, приходимъ, если стараемся представить себѣ механику двухмѣрнаго міра. Въ такомъ мірѣ никакая трубка не можетъ существовать, если не предположить, что двѣ параллельныя линіи, совершенно прижатыя другъ къ другу, все же будутъ вполнѣ разъединены. При такихъ условіяхъ возможность органическаго строенія весьма проблематична; однако, не представляютъ ли, напримѣръ, изгибы мозга нѣкоторый видъ существованія, соотвѣтствующій существованію двухмѣрному.

Стоитъ лишь намъ предположить увеличеніе поверхности и уменьшеніе массы до извѣстной степени, чтобы найти область, которая, хотя и не будетъ обладать подвижностью составляющихъ ее частей, но будетъ подходить къ понятію о двухмѣрности.

Какъ бы, однако, ни была искусственна идея о существованіи въ плоскости, тѣмъ не менѣе она примѣнима при составленіи идеи о высшей измѣримости въ сравненіи съ нашею, а слѣдовательно, указанные упреки совершенно неосновательны.

Есть, впрочемъ, возраженіе, кажущееся болѣе вѣскимъ. Возможно ли себѣ представить, чтобы въ четырехмѣрномъ пространствѣ заключались существа, обреченныя на трехмѣрное существованіе?

Но вѣдь мы можемъ принять за достовѣрный фактъ, что вся жизнь, въ сущности, объявляется только на поверхности. Амплитуда возможныхъ для насъ движеній несравненно больше вдоль земной поверхности, чѣмъ вверхъ отъ нея, или внизъ.

Стоитъ лишь намъ вообразить увеличеніе протяженія твердой поверхности, одновременно съ соотвѣтственнымъ уменьшеніемъ возможныхъ поперечныхъ къ ней движеній, и мы получимъ подобіе трехмѣрнаго міра въ четырехмѣрномъ пространствѣ.

А подобно тому, какъ наша обитель представляетъ мѣсто встрѣчи воздуха съ земною поверхностью въ

міровомъ пространствѣ, мы должны также думать, что мѣсто встрѣчи двухъ — обусловливаетъ вообще свойство нашей вселенной. Встрѣчи чего двухъ? Чѣмъ можетъ быть эта вселенная въ высшемъ пространствѣ, — вселенная, простирающаяся по такому совершенному уровню, малѣйшая кривизна котораго не можетъ быть обнаружена нашими астрономическими наблюденіями?

Совершенство уровня напоминаетъ жидкость — нѣкоторое маленькое озеро среди широкаго пейзажа! — гдѣ матерія вселенной плаваетъ на подобіе пятнышка.

Но въ такомъ видѣ проблема походитъ на то, что называютъ въ математикѣ условіями предѣльности.

Мы можемъ прослѣдить всѣ слѣдствія, обусловливаемыя четырехмѣрными движеніями, вплоть до мельчайшихъ подробностей. Зная образъ дѣйствія, свойственный мельчайшимъ частицамъ, когда онѣ находятся въ свободномъ состояніи, мы можемъ, судя по ихъ дѣйствительной активности, придти къ заключенію о томъ, вліянію какихъ силъ онѣ подвержены. Коль скоро изъ двухъ элементовъ — матеріальныхъ условій и движенія — одинъ извѣстенъ, то другой можетъ быть выведенъ. Если мѣсто, занимаемое этой вселенною, является встрѣчею двухъ, то пространство будетъ одностороннимъ. Если это мѣсто расположено такимъ образомъ, что то, что простирается въ одномъ направленіи, неизвѣстномъ, не сходно съ тѣмъ, что простирается въ другомъ направленіи, то, — поскольку это касается движеній, возникающихъ въ этомъ пространствѣ, — получится разница, соотвѣтственная направленію движенія. Эта разница выразится въ несходствѣ явленій, которыя, пока дѣло касалось лишь движеній въ трехмѣрномъ пространствѣ, были вполнѣ симметричными. Возьмемъ примѣръ, — не съ цѣлью настаиванія на вѣроятности высказаннаго, а просто для болѣе точнаго выраженія нашей идеи. Если бы можно было доказать, что положительный электрическій токъ совершенно подобенъ отрицательному току, за исключеніемъ перемѣнныхъ составныхъ частей движенія въ трехмѣрномъ пространствѣ, то несходство въ разря-

женіи положительнаго и отрицательнаго полюсовъ было бы указаніемъ на односторонность нашего пространства. Единственную причину различія въ обоихъ разряженіяхъ пришлось бы приписать сложному дѣятелю въ четвертомъ измѣреніи, который, двигаясь въ одномъ направленіи поперекъ нашего пространства, встрѣчалъ бы иное сопротивленіе, въ сравненіи съ сопротивленіемъ, встрѣчаемымъ въ противоположномъ направленіи.

ГЛАВА VI.

Доказательства существованія четвертаго измѣренія.

Въ поискахъ за доказательствами существованія четвертаго измѣренія приходится, по необходимости, обратиться къ методу, который прежде всего заключается въ образованіи понятій о четырехмѣрныхъ формахъ и движеніяхъ. Когда мы этого достигнемъ, тогда возможно будетъ заняться и наблюденіями; безъ этихъ понятій мы можемъ въ теченіе всей своей жизни находиться въ присутствіи самыхъ обыкновенныхъ четырехмѣрныхъ явленій, совершенно не подозрѣвая этого.

Взять, хотя бы, одно понятіе, уже разбиравшееся нами, — превращеніе дѣйствительнаго предмета въ его зеркальное изображеніе; оно было бы явленіемъ, весьма трудно объяснимымъ, безъ предположенія существованія четвертаго измѣренія.

Мы ничего не знаемъ о такомъ превращеніи. Но существуетъ множество формъ, свидѣтельствующихъ объ извѣстномъ отношеніи къ плоскости, отношеніи со стороны симметріи, которое указываетъ болѣе чѣмъ на случайное противоположеніе частей. Всеобщій типъ органической жизни построенъ на симметріи правой и лѣвой сторонъ; есть нѣкоторая плоскость, по каждой сторонѣ которой части соотвѣтствуютъ другъ другу. Мы уже видали, что въ четырехмѣрномъ пространствѣ плоскость играетъ ту же роль, что линія въ трехмѣрномъ пространствѣ. Въ нашемъ пространствѣ основной типъ вращенія — это вращеніе вокругъ оси; а происхожденіе тѣлъ, симметрически расположенныхъ вокругъ линіи, подобно симметричности земли вокругъ

ея оси, — легко объясняется. Но, гдѣ наблюдается симметрія вокругъ плоскости, никакое, знакомое намъ, простое физическое движеніе не въ состояніи ее объяснить. Въ нашемъ пространствѣ симметрическій предметъ долженъ быть построенъ путемъ равныхъ придатковъ съ каждой стороны центральной плоскости. Такіе придатки вокругъ такой плоскости столь же мало правдоподобны, какъ и всякія иныя приращенія. Въ нашемъ пространствѣ вѣроятность противъ существованія симметрическихъ формъ въ неорганической природѣ — подавляюща; и въ органическихъ формахъ столь же трудно было бы ихъ произвести, какъ и всякія иныя видоизмѣненія въ очертаніяхъ. Для освѣщенія этого положенія мы можемъ сослаться на дѣтскую забаву, посредствомъ которой изъ чернильныхъ кляксъ на кускѣ бумаги получается подобіе насѣкомыхъ, послѣ простого складыванія бумаги. Кляксы разливаются по симметрической линіи и производятъ впечатлѣніе насѣкомообразныхъ формъ съ усиками и ножками.

Усматривая множество такихъ фигуръ, мы должны были бы естественно заключить о нѣкоторомъ складываніи или сгибаніи вдоль. Но можетъ ли сгибаніе въ четырехмѣрномъ пространствѣ служить объясненіемъ симметріи органическихъ формъ? Сгибаніе не можетъ имѣть мѣста, конечно, по отношенію видимыхъ нами тѣлъ, но ему могутъ подлежать тѣ мелкія составныя части, первичные элементы живой матеріи, которые, будучи повернуты въ ту или иную сторону, становятся правыми или лѣвыми и производятъ соотвѣтственную структуру организмовъ.

Есть нѣчто въ жизни, что не вмѣщается въ наши понятія о механическомъ движеніи. Принадлежитъ ли это къ четырехмѣрному движенію?

Если мы смотримъ на жизнь безъ предвзятыхъ взглядовъ, то находимъ нѣчто поразительное въ томъ фактѣ, что тамъ, гдѣ жизнь объявляется, возникаетъ совершенно отличный рядъ явленій, отъ явленій, свойственныхъ неорганическому міру.

Значеніе и цѣнность жизни, какъ мы это знаемъ

по насъ самихъ и по существующимъ вокругъ насъ второстепеннымъ формамъ, всецѣло и совершенно отличны отъ всего того, что обнаруживаетъ неорганическая природа. Въ живыхъ существахъ мы имѣемъ извѣстный родъ формы и нѣкоторое распредѣленіе матеріи совершенно иные въ сравненіи съ неорганическою матеріею. Есть примѣры симметріи вокругъ оси, но не вокругъ плоскости. Можно утверждать, что случаи симметріи въ двухъ измѣреніяхъ, подразумѣваютъ существованіе трехмѣрныхъ процессовъ, напримѣръ, когда камень падаетъ въ воду и производитъ круги ряби, или когда масса мягкаго вещества вращается вокругъ оси. Можно утверждать, что симметрія въ какомъ-либо измѣреніи служитъ доказательствомъ извѣстнаго дѣйствія въ высшей измѣримости. Разсматривая съ такой точки зрѣнія живыя существа, находимъ, какъ въ ихъ строеніи, такъ и въ ихъ отличномъ образѣ дѣйствія, доказательство чего-то приходящаго извнѣ въ неорганическій міръ.

Возраженія, какія немедленно представятся, въ родѣ ссылокъ на формы двойчатыхъ кристалловъ, или на теоретическое строеніе химическихъ молекулъ, не подрываетъ убѣдительности доводовъ, такъ какъ вѣроятное мѣстопребываніе фактора, производящаго и эти формы, находится въ той разрѣженной области, въ которой мы по необходимости помѣщаемъ начало четырехмѣрной дѣятельности.

Еще и въ иномъ отношеніи существованіе симметрическихъ формъ заслуживаетъ вниманія. Затруднительно понять, какъ могутъ существовать двѣ формы совершенно равныя и одинаковыя, которыя нельзя наложить одна на другую. Такая пара симметрическихъ формъ какъ двѣ руки, правая и лѣвая, указываетъ или на извѣстное ограниченіе въ нашей двигательной силѣ, посредствомъ которой мы не можемъ накладывать одну вещь на другую, или на опредѣленное вліяніе и, такъ сказать, насиліе со стороны пространства надъ матеріею, насиліе, налагающее дополнительныя ограниченія къ тѣмъ, какія усматриваемъ въ соразмѣрности частей.

Однако, мы отложимъ въ сторону доказательства, вытекающія изъ разсмотрѣнія симметріи, какъ мало убѣдительныя, и удержимъ одно лишь цѣнное указаніе, доставляемое ими. Если симметрія существуетъ въ силу четырехмѣрнаго движенія, то это движеніе можетъ быть открыто только въ самыхъ мелкихъ частицахъ тѣлъ, потому что не происходитъ ничего подобнаго сгибанію въ четвертомъ измѣреніи какихъ-либо предметовъ, которые доступны нашему зрѣнію. Слѣдовательно, нашему изслѣдованію подлежитъ лишь область мельчайшихъ, элементарныхъ единицъ. Мы должны искать явленій, которыя, будучи причиною движеній извѣстнаго намъ рода, сами по себѣ необъяснимы въ качествѣ какой-либо формы знакомаго намъ движенія.

Въ своихъ теоріяхъ о взаимодѣйствіи мельчайшихъ частицъ матеріи и въ движеніи эфира математики въ молчаливомъ согласіи принимаютъ, что начала механики остаются тѣ же, что и для тѣлъ нами видимыхъ; безъ доказательствъ принимается, что понятіе о движеніи въ трехмѣрномъ пространствѣ остается правильнымъ и внѣ той области, въ которой оно возникло.

Ясно, что не изъ явленій, объясненныхъ математиками, мы можемъ извлечь доказательства четвертаго измѣренія. Каждый объясненный феноменъ объясняется въ качествѣ феномена трехмѣрнаго. А такъ какъ въ области мельчайшихъ частицъ матеріи не находимъ твердыхъ тѣлъ, дѣйствующихъ другъ на друга на разстояніи, но встрѣчаемся лишь съ упругими веществами и сплошными флюидами въ родѣ эфира, то намъ предстоитъ двойная задача.

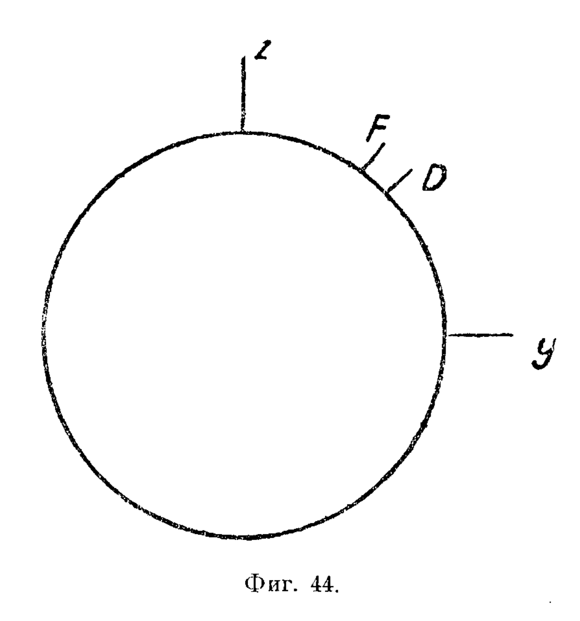
Раньше, чѣмъ приступить къ наблюденіямъ, мы должны выработать понятія о возможныхъ движеніяхъ упругой и жидкой четырехмѣрной матеріи. Вернемся, поэтому, къ четырехмѣрному вращенію и освѣдомимся, что происходитъ въ случаяхъ вращенія растяжимыхъ и текучихъ веществъ. Если существуютъ четырехмѣрныя движенія, то и этотъ видъ вращенія

долженъ существовать, а мельчайшія частицы матеріи должны его обнаружить.

Взгляните на прутъ изъ гибкаго, растяжимаго матеріала. Онъ можетъ вращаться вокругъ оси, даже не будучи прямымъ; резиновое кольцо можно вывернуть изнутри наружу.

Чѣмъ это выразилось бы въ четвертомъ измѣреніи?

Возьмемъ какой-нибудь шаръ изъ нашей трехмѣрной матеріи, обладающей опредѣленной плотностью. Чтобы изобразить эту плотность, предположимъ, что



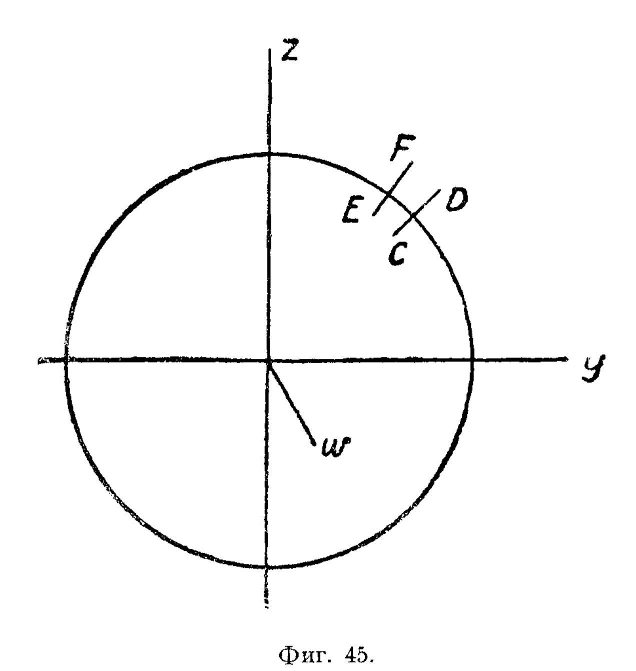
Фиг. 44.

въ каждой точкѣ шара, фиг. 44, продѣты палочки, которыя углубляются внутрь и выходятъ наружу, подобно D и F. Мы можемъ видѣть лишь внѣшнія части палочекъ, потому что внутреннія ихъ части скрыты матеріею шара.

Предполагается, что въ этомъ шарѣ ось x имѣетъ направленіе въ сторону наблюдателя, ось z направлена вверхъ, а ось y — вправо.

Возьмемъ теперь сѣченіе, опредѣляемое плоскостью zy. Это будетъ кругъ, какъ показано на фиг. 45. Если мы выкинемъ ось x, то останется только этотъ

кругъ отъ всего шара. Дозволивъ оси *w* занять мѣсто прежней оси *x*, мы получаемъ пространство *yzw*, и въ этомъ пространствѣ все, что остается отъ шара, составляетъ одинъ только кругъ. На фиг. 45 и изображено именно то, что имѣемъ отъ шара въ пространствѣ *yzw*. Очевидно, въ этомъ пространствѣ палочки CD и EF могутъ вращаться вокругъ окружности, какъ бы вокругъ оси. Если матерія этой сферической скорлупы настолько растяжима, чтобы дозво-



Фиг. 45.

лить частицамъ C и E раздвинуться на такое разстояніе, какое они занимали бы въ положеніи D и F, то полоска матеріи, изображенная посредствомъ CD и EF и множество палочекъ подобнаго же рода могутъ вращаться вокругъ этой окружности.

Итакъ, это особое сѣченіе шара можетъ выворачиваться изнутри наружу; а что вѣрно по отношенію одного сѣченія, должно быть вѣрно и по отношенію прочихъ сѣченій. Слѣдовательно, въ четырехъ измѣреніяхъ можетъ весь шаръ выворачиваться изнутри

наружу, если онъ состоитъ изъ растяжимой матеріи. Сверхъ того, любая его часть, — напримѣръ, чашевидный участокъ, — можетъ выворачиваться изнутри наружу и т. п.

Это, въ дѣйствительности, то же самое, что мы раньше утверждали относительно вращенія вокругъ плоскости. Мы лишь убѣждаемся теперь въ томъ, что коль скоро матерія растяжима, то плоскость можетъ быть даже изогнута и это вовсе не помѣшаетъ ей играть роль оси.

Если мы предположимъ, что сферическая скорлупа состоитъ изъ четырехмѣрной матеріи, то наше изображеніе нѣсколько измѣнится. Допустимъ, что эта матерія обладаетъ нѣкоторою толщиною въ четвертомъ измѣреніи. Это не введетъ никакого измѣненія на фиг. 44, на которой изображенъ лишь видъ въ пространствѣ *xyz*. Но когда ось *x* удалена и ее замѣняетъ ось *w*, то палочки CD и EF, представляющія матерію скорлупы, будутъ обладать извѣстной толщиной въ направленіи перпендикулярномъ къ плоскости бумаги, на которой они нарисованы. Коль скоро же они обладаютъ толщиною въ четвертомъ измѣреніи, то таковая можетъ быть усмотрѣна въ направленіи оси *w*.

Слѣдовательно, предположивъ, что эти палочки представляютъ нѣчто въ родѣ маленькихъ лоскутьевъ, укрѣпленныхъ у окружности круга, на фиг. 45, мы не видимъ въ этомъ случаѣ никакой помѣхи для ихъ вращенія вокругъ окружности. Такимъ образомъ, мы можемъ получить скорлупу изъ растяжимаго матеріала, или изъ жидкости, выворачивающейся изнутри наружу въ четырехъ измѣреніяхъ.

И мы должны помнить, что въ четырехъ измѣреніяхъ нѣтъ ничего подобнаго вращенію вокругъ оси. Если мы желаемъ изслѣдовать движеніе жидкостей въ четырехъ измѣреніяхъ, мы должны взять движеніе вокругъ оси въ нашемъ пространствѣ и найти соотвѣтствующее движеніе вокругъ плоскости въ четырехмѣрномъ пространствѣ.

Изъ всѣхъ движеній, наблюдаемыхъ въ жидкостяхъ, самымъ важнымъ является съ физической точки зрѣнія — водоворотъ.

Водоворотъ — это круговое движеніе, или вихрь; образчикомъ его служитъ вращающееся облако пыли, поднимающееся иногда въ лѣтній день, или, въ большемъ масштабѣ, встрѣчаемъ его въ разрушительномъ ходѣ циклона.

Колесо, вращаясь, отбрасываетъ приставшія къ нему частицы воды. Но когда это круговое движеніе происходитъ въ самой жидкости, оно удивительно устойчиво. Здѣсь, безъ сомнѣнія, проявляется извѣстное сцѣпленіе между частицами воды, въ силу котораго онѣ взаимно препятствуютъ своимъ движеніямъ. Но можно показать, что въ жидкости, лишенной тренія, т. е. такой, гдѣ каждая частица на своемъ пути не зависитъ отъ бокового сцѣпленія, водоворотъ, или вихрь, выдѣляетъ изъ всей массы жидкости извѣстную ея часть, которая всегда остается въ водоворотѣ.

Форма водоворота можетъ видоизмѣняться, но онъ всегда состоитъ изъ однѣхъ и тѣхъ же частицъ жидкости.

Замѣчательная особенность такого водоворота заключается въ томъ, что верхній и нижній его концы не могутъ оставаться, такъ сказать, подвѣшенными и изолированными въ жидкости. Они должны постоянно стекать къ краямъ жидкости. Невозможно въ водѣ такое круговое движеніе, которое оставалось бы постояннымъ въ своей средней части и не поднималось къ вершинѣ.

Концы водоворота должны достигать краевъ жидкости; края же могутъ быть или внѣшними, или внутренними. Водоворотъ можетъ существовать между двумя предметами въ самой жидкости и примыкать къ нимъ своими концами, при чемъ эти предметы опредѣляютъ тогда внутренніе края жидкости. Концы водоворота могутъ быть также сцѣплены вмѣстѣ, такъ что водоворотъ образуетъ собою кольцо. Ви-

хревыя кольца такого рода часто случается видѣть въ клубахъ дыма, а то обстоятельство, что дымъ подвигается впередъ въ формѣ кольца, служитъ доказательствомъ тому, что вихрь всегда состоитъ изъ тѣхъ же самыхъ частицъ воздуха.

Изслѣдуемъ теперь, чѣмъ водоворотъ будетъ въ четырехмѣрной жидкости.

Мы должны замѣнить линейную ось плоскостною осью и тогда, слѣдовательно, получимъ часть жидкости, вращающейся вокругъ плоскости.

Мы видѣли, что очертанія этой плоскости соотвѣтствуютъ концамъ линейной оси. Отсюда слѣдуетъ, что края такого четырехмѣрнаго водоворота должны совпадать съ краями жидкости. Получается извѣстная, ограниченная область водоворота. Если такое вращательное движеніе начнется въ одной части круговой границы жидкости, то его края станутъ распространяться во всѣхъ направленіяхъ, пока вся внутренняя область не будетъ охвачена полосой водоворотной.

Водоворотъ въ трехмѣрной жидкости можетъ состоять изъ множества какъ бы водоворотныхъ волоконъ, совокупно образующихъ трубу, или стержень водоворота.

Подобнымъ же образомъ мы можемъ имѣть въ четырехъ измѣреніяхъ множество водоворотныхъ полосъ, расположенныхъ одна вдоль другой, при чемъ каждая изъ нихъ можетъ быть нами представлена въ родѣ чашевидной части сферической скорлупы, выворачивающейся изнутри наружу. Вращеніе происходитъ въ любомъ пунктѣ, но не въ пространствѣ, занимаемомъ скорлупою, а изъ этого пространства въ направленіи четвертаго измѣренія и обратно.

Существуетъ ли что-нибудь аналогичное въ области, доступной нашему наблюденію?

Электрическій токъ во всѣхъ отношеніяхъ соотвѣтствуетъ такому описанію. Электричество не течетъ поперекъ проволоки. Его дѣйствіе ощущается въ обѣ стороны отъ исходнаго пункта вдоль проволоки. Искра, свидѣтельствующая о прохожденіи токомъ полупути по окружности, появляется позже,

чѣмъ искры въ точкахъ, близкихъ къ исходной точкѣ по обѣ ея стороны.

Сверхъ того, извѣстно, что дѣйствіе тока заключается не въ самой проволокѣ. Оно заключается въ области, обнимаемой проволокою; проволока служитъ лишь полемъ для силы, мѣстомъ проявленія дѣйствій тока.

Необходимость же для тока ведущей окружности представляетъ именно то, что и слѣдовало бы ожидать, если электрическій токъ является четырехмѣрнымъ вихремъ. По Максвеллю каждый токъ образуетъ замкнутую окружность, а это, съ четырехмѣрной точки зрѣнія, равносильно тому, если сказать, — водоворотъ долженъ имѣть свои концы на краяхъ жидкости.

Такимъ образомъ, согласно гипотезѣ четвертаго измѣренія, вращеніе (текучаго) эфира обусловитъ феноменъ электрическаго тока. Мы должны предположить, что эфиръ переполненъ движеніемъ, потому что чѣмъ болѣе вникаемъ въ господствующія условія существованія таинственныхъ мельчайшихъ частицъ матеріи, тѣмъ болѣе убѣждаемся въ безпрестанно и вѣчно царствующемъ движеніи. Итакъ, мы можемъ сказать, что идея о четвертомъ измѣреніи подразумѣваетъ существованіе въ немъ явленій, представляющихъ характерныя свойства электричества.

Мы знаемъ теперь, что свѣтъ — это процессъ электромагнетическій и что, далеко не будучи чѣмъ-то спеціальнымъ и обособленнымъ для даннаго случая, этотъ электрическій процессъ является, напротивъ, универсальнымъ въ царствѣ мельчайшихъ частицъ матеріи. Отсюда не имѣемъ ли права заключить, что четвертое измѣреніе, вовсе не будучи для насъ чѣмъ-то чуждымъ и отдаленнымъ, имѣющимъ лишь символическое значеніе, служащимъ лишь нѣкоторымъ терминомъ для объясненія сомнительныхъ фактовъ еще болѣе непонятною теоріею, въ дѣйствительности является самымъ важнымъ фактомъ, входящимъ въ составъ нашего знанія. Нашъ трехмѣрный міръ — это міръ поверхностный. Тѣ процессы, ко-

торые дѣйствительно лежатъ въ основѣ всѣхъ матеріальныхъ феноменовъ, ускользаютъ отъ нашего наблюденія вслѣдствіе своей чрезвычайной тонкости и мелкости, но разоблачаютъ нашему разуму амплитуду движенія, превосходящую все, что мы въ состояніи вообразить. Такія формы и движенія представляются намъ областью высшей интеллектуальной красоты, областью, къ которой наши символическіе методы несравненно болѣе примѣнимы, чѣмъ къ нашимъ тремъ измѣреніямъ.

ГЛАВА VIII.

Идейное примѣненіе четырехъ измѣреній.

Сохраняя въ памяти этотъ очеркъ догадокъ о вселенной, какъ мірѣ четырехмѣрномъ, и сведя въ одно тѣ факты движенія, которые мы можемъ присоединить къ нашему дѣйствительному опыту, перейдемъ къ другой отрасли нашего предмета.

Инженеръ прибѣгаетъ къ различнаго рода чертежамъ и графическимъ построеніямъ. Онъ пользуется, напримѣръ, діаграммами, показывающими послѣдовательность расширенія пара, или указывающими на состоятельность и надежность клапановъ, съ которыми ему приходится работать. Такія діаграммы нужны ему рядомъ съ дѣйствительными планами его машинъ. Онѣ не представляютъ собою рисунковъ чего-либо въ самомъ дѣлѣ существующаго, но даютъ ему возможность воспроизводить въ умѣ тѣ отношенія, какія существуютъ между частями его механизмовъ.

Подобнымъ же образомъ четырехмѣрное пространство, кромѣ того, что указываетъ на дѣйствительное существованіе міра, лежащаго за каждымъ изъ видимыхъ движеній, даетъ еще возможность составить идеальныя построенія, которыя содѣйствуютъ воспроизведенію въ умѣ отношеній между вещами и бросаютъ опредѣленный свѣтъ на то, что оставалось бы, иначе, въ совершенныхъ потемкахъ.

Изъ большого числа весьма разнообразныхъ примѣровъ, имѣющихся въ моемъ распоряженіи, я выберу два. Одинъ касается предмета, не представляющаго большого внутренняго значенія, но, тѣмъ не

менѣе, служитъ поразительнымъ образчикомъ метода вычерчиванія умозаключеній и употребленія фигуръ высшаго пространства *).

Другой примѣръ избранъ мною по причинѣ положенія, занимаемаго имъ въ отношеніи нашихъ основныхъ понятій. Здѣсь я старался раскрыть дѣйствительный смыслъ кантовской теоріи опыта.

Изслѣдованіе свойствъ чиселъ много облегчается тѣмъ фактомъ, что отношенія между числами сами могутъ быть выражены въ числахъ, напримѣръ, 12 и 3 — два числа, а отношеніе между ними — 4, тоже число. Такимъ образомъ, открытъ путь для конструктивныхъ теорій безъ необходимости прибѣгать къ иному классу понятій, сверхъ даннаго класса, въ области котораго изучаемъ явленія.

Создавшаяся, такимъ образомъ, дисциплина чиселъ имѣетъ громадное и разнообразное примѣненіе; но, чтобы всесторонне понимать явленія природы, мы не можемъ ограничиться изученіемъ ихъ лишь съ количественной стороны. Невозможно объяснить свойства матеріи одними лишь числами; всякая матеріальная дѣятельность представляетъ, прежде всего, энергію въ пространствѣ. Послѣдняя же не только численно опредѣленна, но, безъ сомнѣнія, она также опредѣленна и въ своемъ направленіи.

Нѣтъ надобности говорить, что существуетъ столь же полезное ученіе о пространствѣ, какъ и ученіе о числахъ. Это геометрія. Но, рядомъ съ обыкновеннымъ геометрическимъ методомъ, есть еще методъ, который, представляя аналогію съ численнымъ методомъ, заслуживаетъ того, чтобъ его выдвинуть на болѣе видное мѣсто, въ сравненіи съ тѣмъ, какое онъ обыкновенно занимаетъ.

Отношеніе между числами есть число.

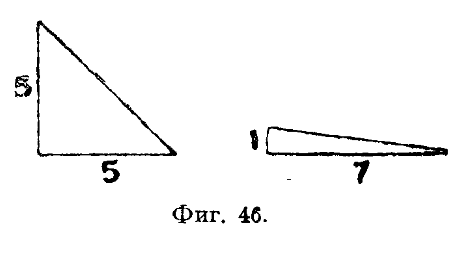
---

*) Этотъ примѣръ интересенъ еще и потому, что изъ него ясно слѣдуетъ, что въ процессахъ нашей мысли играютъ роль и иныя способности кромѣ логики. Эта идея, вполнѣ оправдывающаяся, заимствована изъ разсмотрѣнія симметріи, составляющей, собственно, отрасль прекраснаго.

Можемъ ли сказать также, что отношенiе между формами есть форма?

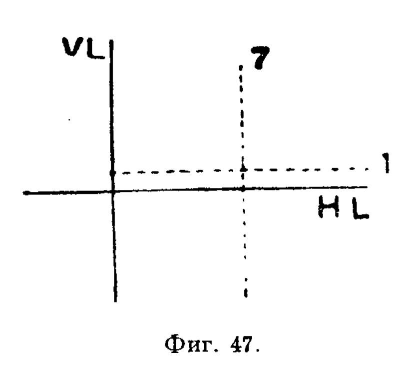
Можемъ.

Возьмемъ для примѣра два прямоугольныхъ треугольника при данной гипотенузѣ, но имѣющихъ катеты разной длины, фиг. 46. Эти треугольники представляютъ формы, имѣющiя извѣстныя отношенiя между собою. Покажемъ ихъ отношенiя въ качествѣ нѣкоторой фигуры.



Фиг. 46.

Проведемъ двѣ прямыхъ линiи подъ прямымъ угломъ другъ къ другу, одну HL, горизонтальный уровень, а другую VL, вертикальный уровень (фиг. 47). Посредствомъ этихъ двухъ координатъ мы можемъ изобразить двойной рядъ величинъ: одинъ рядъ въ качествѣ разстоянiй вправо отъ вертикальнаго уровня, другой — въ качествѣ разстоянiя выше горизонтальнаго уровня. При этомъ должна быть избрана соотвѣтственная единица мѣры.



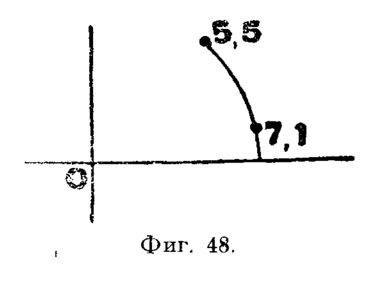
Фиг. 47.

Такимъ образомъ, линiя обозначенная цифрою 7 отмѣтитъ всѣ точки, разстоянiй которыхъ отъ вертикальнаго уровня равняется 7 единицамъ мѣры, а линiя, обозначенная цифрою 1, отмѣтитъ точки превышенiе которыхъ надъ горизонтальнымъ уровнемъ равно 1 единицѣ. Точка встрѣчи обѣихъ линiй, 7 и 1, опредѣлитъ пунктъ, который по отношенiю къ одному ряду величинъ будетъ 7, по отношенiю же къ другому ряду будетъ 1.

Возьмемъ теперь катеты нашихъ треугольниковъ, какъ два ряда величинъ, о которыхъ идетъ рѣчь.

Точка 7,1 будетъ соотвѣтствовать треугольнику, катеты котораго — 7 и 1. Подобнымъ же образомъ, точка 5,5 т. е. 5 вправо отъ вертикальнаго уровня и 5 выше горизонтальнаго уровня, — будетъ соотвѣтствовать треугольнику, катеты котораго равны 5 и 5 (фиг. 48).

Такимъ образомъ, мы получили фигуру, состоящую изъ двухъ точекъ 7,1 и 5,5, представляющихъ наши два треугольника. Но мы можемъ идти дальше, для чего опишемъ соотвѣтственнымъ радіусомъ дугу вокругъ точки 0, мѣста пересѣченія горизонтальнаго и вертикальнаго уровней. Дуга пройдетъ черезъ точки 7,1 и 5,5 и мы удостовѣримся въ томъ, что всѣ прямоугольные треугольники, имѣющіе гипотенузу, квадратъ которой равенъ 50, представлены точками по этой дугѣ.



Фиг. 48.

Итакъ, каждый индивидъ извѣстнаго класса можетъ быть представленъ точкою; весь же классъ изображается собраніемъ точекъ, образующихъ фигуру. Принимая такое изображеніе, мы можемъ придавать опредѣленное и подлежащее вычисленію значеніе выраженію, сходству, или подобію между двумя индивидами изображаемаго класса, при чемъ о различіяхъ можемъ судить по длинѣ линіи между двумя соотвѣтственными точками. Нѣтъ надобности увеличивать число примѣровъ, или показывать, какъ, соотвѣтственно различію между классами треугольниковъ, мы получимъ различныя кривыя.

Изображеніе такого рода, при которомъ какойнибудь предметъ въ пространствѣ воспроизводится какъ точка, а всѣ его свойства не принимаются во вниманіе и передается только въ воспроизводимой точкѣ занимаемое имъ положеніе по отношенію къ другимъ предметамъ, можетъ быть названо поіографомъ, по аналогіи съ годографомъ сэра Вильяма Гамильтона.

Полученныя такимъ образомъ изображенія носятъ положительный и опредѣленный характеръ, свойственный самимъ предметамъ, ими изображаемымъ. Недостатокъ въ нихъ полноты и совершенства обязанъ, вѣроятно, отсутствію полноты въ тѣхъ наблюденіяхъ, которыя составляютъ основаніе для ихъ построенія.

Каждая система классификаціи есть поіографъ. Напримѣръ, въ системѣ элементовъ Менделѣева каждый элементъ представленъ точкою, а отношенія между элементами представлены отношеніями между точками.

До сихъ поръ я просто старался выдвинуть на подобающее мѣсто процессы и соображенія, которые болѣе или менѣе общеизвѣстны. Но это заслуживаетъ того, чтобы обратить наше полное вниманіе на наши обычные предположенія и пріемы. Часто случается, что мы находимъ, будто два изъ нихъ имѣютъ нѣкоторое отношеніе другъ къ другу, но, не обращая на это надлежащаго вниманія, мы лишаемъ себя удобнаго случая испытать ихъ взаимное вліяніе.

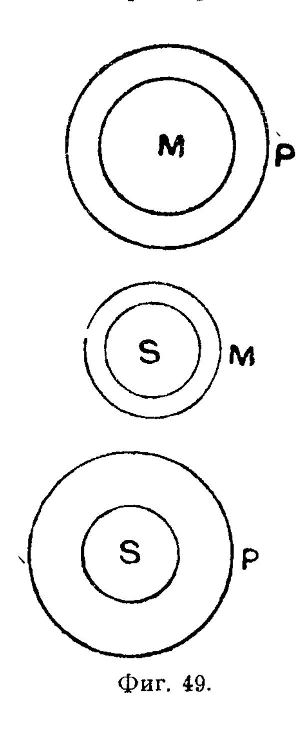
Это фактъ, съ которымъ слѣдуетъ считаться, обсуждая теорію поіографа.

Въ отношеніи нашихъ познаній о мірѣ мы очень далеки отъ тѣхъ условій, какія представлялись Лапласу, когда онъ утверждалъ, что всезнающій умъ могъ бы опредѣлить будущее состояніе каждаго предмета, коль скоро ему извѣстны были бы координаты частицъ этого предмета въ пространствѣ и ихъ скорость въ каждый данный моментъ.

Наоборотъ, въ лицѣ любого объекта природы мы встрѣчаемъ громадную сложность состояній, которыя мы не можемъ превратить въ положенія въ пространствѣ и во времени.

Есть и масса, и, повидимому, самопроизвольное притяженіе, и электрическія, и магнетическія свойства, которыя должны быть надбавлены къ пространственнымъ очертаніямъ. Однимъ словомъ, мы должны сказать, что практически явленія въ мірѣ представляютъ для насъ проблемы, заключающія въ себѣ многія перемѣнныя, которыя мы должны принимать за независимыя.

Отсюда слѣдуетъ, что, составляя поіографы, мы должны быть приготовлены къ пользованію пространствомъ болѣе чѣмъ трехмѣрнымъ. Если симметрія и полнота нашихъ изображеній могутъ принести намъ нѣкоторую пользу, то мы должны быть подготовлены къ оцѣнкѣ фигуръ большей сложности, чѣмъ фигуры въ трехъ измѣреніяхъ. Невозможно привести въ качествѣ примѣра такой поіографъ, который не былъ бы просто тривіальнымъ, коль скоро не входилъ бы въ подробности нѣкотораго рода, не относящіяся къ нашему предмету. Я скорѣе предпочту ввести не относящіяся къ дѣлу подробности, чѣмъ стану небрежно относиться къ этой части содержанія моей книги.



Фиг. 49.

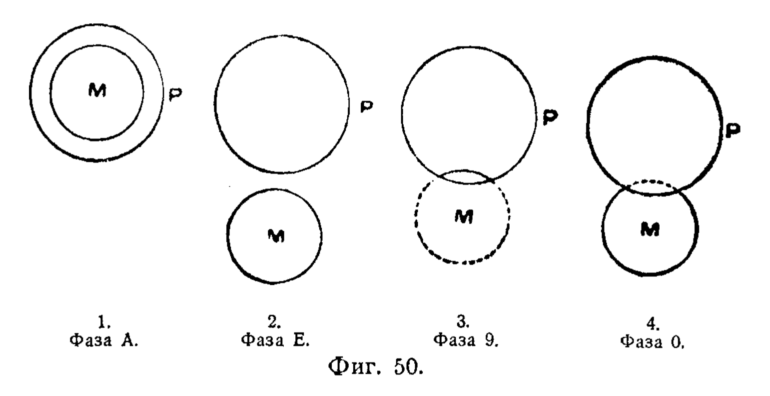
Возьмемъ въ качествѣ примѣра поіографъ, который не ведетъ къ осложненіямъ, обыкновеннымъ при примѣненіи его въ научной классификаціи; для этого послѣдуемъ за г-жей Алисой Буль-Стоттъ и посмотримъ какъ она изображаетъ силлогизмъ путемъ поіографа. Ей будетъ интересно узнать, что обнаруженный ею любопытный пробѣлъ имѣетъ нѣкоторое значеніе.

Любой силлогизмъ состоитъ, во-первыхъ, изъ двухъ утвержденій, — или первой и второй посылокъ и, во-вторыхъ, изъ заключенія, какое можетъ быть изъ нихъ выведено. Возьмемъ примѣръ на фиг. 49. Если взглянуть на послѣдовательный рядъ фигуръ, становится очевиднымъ, что коль скоро мы знаемъ, что область M вполнѣ помѣщается въ области P и точно также знаемъ, что область S вполнѣ помѣщается въ области M, то, несомнѣнно, можемъ заключить, что область S вполнѣ помѣщается и въ области P. M укладывается въ области P — первая по-

сылка; S укладывается въ M — вторая посылка; S укладывается въ P — заключеніе. Обладая первыми двумя данными, мы должны заключить, что S вполнѣ помѣщается въ P. Заключеніе — S есть въ P — подразумѣваетъ два термина S и P, которые по отношенію другъ къ другу играютъ роль подлежащаго и сказуемаго. S является подлежащимъ въ заключеніи, P — сказуемое заключенія.

Существуетъ нѣсколько способовъ утвержденія, обладающихъ разными степенями общности. Эти разныя формы утвержденія назовемъ фазами.

Мы возьмемъ первую посылку какъ одну перемѣнную, какъ нѣчто поддающееся разнымъ видоизмѣненіямъ одного и того же рода, а вторую посылку —



1. Фаза A. 2. Фаза E. 3. Фаза 9. 4. Фаза 0.

Фиг. 50.

какъ другую перемѣнную и будемъ разсматривать различныя фазы, какъ опредѣленныя измѣненія, какимъ подвергаются эти перемѣнныя.

Есть четыре фазы:

1. Общее утвержденіе; всѣ M заключаются въ P, — фаза A.

2. Общее отрицаніе; ни одно M не заключается въ P, — фаза E.

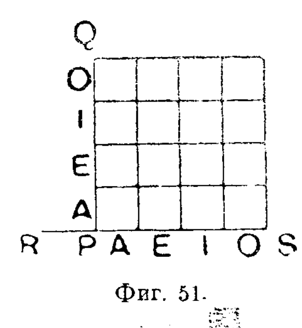
3. Частное утвержденіе; нѣкоторые M заключаются въ P, — фаза I.

4. Частное отрицаніе; нѣкоторые M не заключаются въ P, — фаза O.

Линіи, обозначенныя пунктиромъ въ 3 и 4 фазахъ на фиг. 50, показываютъ, что неизвѣстно, суще-

ствуютъ ли, или не существуютъ какіе-либо объекты, соотвѣтствующіе пространству, ограничиваемому пунктирными линіями. Такимъ образомъ, въ фазѣ I мы не знаемъ, есть ли какіе-нибудь M, которые не заключаются въ P; мы знаемъ лишь, что есть нѣкоторые M, которые заключаются въ P.

Изображая первую посылку въ ея разнообразныхъ фазахъ при помощи квадратовъ между вертикальными линіями вправо отъ линіи PQ, мы получимъ, на фиг. 51, соотвѣтственно четыремъ буквамъ AEIO, четыре колонны, каждая изъ которыхъ показываетъ, что первая посылка дана въ фазѣ, отмѣченной соотвѣтственною буквою. Такимъ образомъ, первая колонна вправо отъ линіи PQ изображаетъ фазу A. Считая же вверхъ отъ линіи RS, обозначимъ четыре ряда квадратовъ, соотвѣтствующихъ четыремъ фазамъ второй посылкм. А потому первый рядъ квадратовъ выше RS, т. е. все пространство между RS и первою горизонтальною линіею выше этой послѣдней, обозначаетъ, что вторая посылка дана въ фазѣ A. Подобнымъ же образомъ буквы E, I, O характеризуютъ фазы второй посылки въ рядахъ, лежащихъ противъ этихъ буквъ.



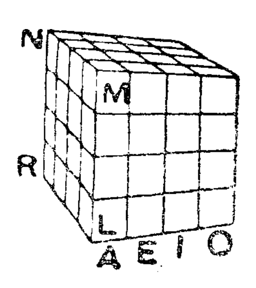
Фиг. 51.

Намъ остается еще показать, какъ получить заключеніе. Для этого мы должны разсматривать заключеніе какъ третью перемѣнную, характеризуемую въ ея различныхъ измѣненіяхъ четырьмя фазами, что составитъ силлогистическую классификацію. Введеніе третьей перемѣнной обусловливаетъ нѣкоторое измѣненіе въ нашей системѣ изображенія.

Для послѣдовательнаго изображенія фазъ первой посылки до сихъ поръ мы отступали вправо отъ извѣстной линіи; теперь мы должны отступать вправо отъ извѣстной плоскости. Пусть LMNR будетъ гранью куба, фиг. 52. Вообразимъ, что этотъ кубъ раздѣленъ на четыре части вертикальными сѣченіями, парал-

лельными LMNR. Перемѣнная первая посылка изображена послѣдовательными отрѣзками куба, лежащими вправо отъ плоскости LMNR; тотъ отрѣзокъ куба, противъ котораго поставлено A, имѣетъ значеніе фазы A, т. е. вся эта четверть куба представляетъ въ каждой своей части первую посылку въ фазѣ A.

Подобнымъ же образомъ слѣдующій отрѣзокъ, противъ котораго поставлена буква E, представляетъ въ каждомъ изъ своихъ шестнадцати маленькихъ кубиковъ первую посылку въ фазѣ E. Третій и четвертый отрѣзки, получаемые путемъ вертикальныхъ сѣченій, даютъ первую посылку въ фазахъ I и O. Но кубъ можно раздѣлить и иначе, другими плоскостями. Пусть дѣленія, изъ которыхъ первыя четыре параллельны лицевой грани куба, соотвѣтствуютъ второй посылкѣ. Первая со стороны зрителя стѣнка изъ шестнадцати кубиковъ имѣетъ ту особенность, что каждый ея кубикъ представляетъ собою вторую посылку въ фазѣ A. Перемѣнная вторая посылка измѣняется по фазамъ A, E, G, O, начиная съ лицевой стороны куба или отъ передней плоскости, часть лишь которой составляетъ лицевая грань.



Фиг. 52.

А теперь мы можемъ представить и третью перемѣнную точно такимъ же образомъ. Мы можемъ принять заключеніе за третью перемѣнную, проходящую свои четыре фазы, начиная съ плоскости въ основаніи куба по направленію вверхъ. Особенность каждаго изъ малыхъ кубиковъ, лежащихъ въ основаніи всего куба, заключается въ томъ, что представляемое имъ заключеніе находится въ фазѣ A.

Итакъ, повторимъ вкратцѣ. Первая стѣнка изъ шестнадцати малыхъ кубиковъ, т. е. первая изъ четырехъ стѣнокъ, которыя, слѣдуя слѣва на право, составляютъ въ сложности весь кубъ, носитъ въ каждой своей части характеръ первой посылки въ фазѣ A.

Вторая стѣнка обозначаетъ первую посылку въ фазѣ Е и т. д. Считая спереди назадъ, первая стѣнка представляетъ участокъ, въ каждой части котораго вторая посылка является въ фазѣ А. Вторая стѣнка — это участокъ, гдѣ вторую посылку находимъ въ фазѣ Е и т. д. Въ рядахъ, идущихъ снизу вверхъ, заключеніе проходитъ разныя фазы, начиная съ А въ нижнемъ, Е во второмъ, I въ третьемъ и О въ четвертомъ ряду.

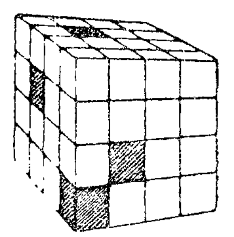
Обыкновенно, когда перемѣнныя, изображаемыя поіографомъ, проходятъ черезъ длинный рядъ фазъ, плоскости, отъ которыхъ мы измѣряемъ степени ихъ измѣненія на нашемъ изображеніи, берутся неопредѣленнаго протяженія. Въ нашемъ случаѣ, однако, мы имѣемъ дѣло съ областью вполнѣ опредѣленною.

Мы должны теперь удостовѣриться, каждое ли сочетаніе посылокъ оправдывается своимъ заключеніемъ. Этого мы можемъ достигнуть, отмѣчая отрѣзки куба, опредѣляемые данными посылками и находя соотвѣтствующія заключенія.

Обращаясь къ знакомому намъ сочетанію, гдѣ первая посылка гласитъ — всѣ М укладываются въ Р, а вторая — всѣ S укладываются въ М, мы заключаемъ, что всѣ S укладываются въ Р. Слѣдовательно, въ данномъ случаѣ одинъ отрѣзокъ долженъ быть отмѣченъ тотъ, который представляетъ первую посылку въ фазѣ А; другой отрѣзокъ — который представляетъ вторую посылку въ фазѣ А и третій отрѣзокъ, представляющій заключеніе въ фазѣ А. Общій всѣмъ этимъ отрѣзкамъ будетъ тотъ кубикъ, который лежитъ въ лѣвомъ нижнемъ углу большого куба.

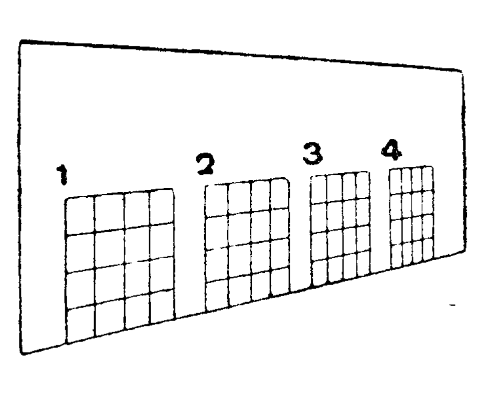
Поступая такимъ образомъ, мы находимъ, что отрѣзками, подлежащими отмѣткѣ, являются именно тѣ, какіе показаны на фиг. 53. Возьмемъ, напримѣръ, случай, отмѣченный кубикомъ наверху фиг. 53. Здѣсь первая посылка представлена второю стѣнкою вправо, является въ фазѣ Е и принадлежитъ къ типу — ни одно изъ М не помѣщается въ Р. Вторая посылка находится въ фазѣ, соотвѣтствующей третьей стѣнкѣ, считая отъ лицевой стороны куба, и принадлежитъ

къ типу — нѣкоторые M помѣщаются въ P. Изъ этихъ посылокъ мы выводимъ заключеніе, что нѣкоторые S не помѣщаются въ P, заключеніе, являющееся въ фазѣ O. Фаза O заключенія представлена въ верхнемъ ряду. Отсюда мы видимъ, что нашъ способъ отмѣтки правиленъ въ этомъ отношеніи.



Фиг. 53.

Возможно, конечно, изобразить кубъ ка планѣ при помощи четырехъ квадратовъ, какъ показано на фиг. 54, если мы сочтемъ, что каждый квадратъ изображаетъ лишь начало замѣняемаго имъ отрѣзка. Такимъ образомъ, весь кубъ можетъ быть представленъ четырьмя вертикальными квадратами, изъ коихъ каждый изображаетъ собою нѣчто въ родѣ вертикальнаго лотка съ соотвѣтственною отмѣткою. На № 1 первая посылка является въ фазѣ A для всего отрѣзка, обозначеннаго вертикальнымъ квадратомъ изъ шестнадцати подраздѣленій; на № 2 та же посылка въ фазѣ E и т. д.



Фиг. 54.

Существо, ограниченное плоскостью, принуждено было бы принять именно такой разъединительный способъ для воспроизведенія всего куба. То, что мы видимъ какъ цѣлое ему, пришлось бы представлять себѣ по частямъ и каждая часть только представлялась бы въ умѣ, а не дѣйствительно была бы тѣмъ кубическимъ содержимымъ, которое мы усматриваемъ.

Съ точки зрѣнія плоскаго существа видъ этихъ четырехъ квадратовъ не былъ бы такимъ же, какъ съ нашей точки зрѣнія. Оно не усматривало бы внутренняго въ нихъ объема; для него каждый изъ ква-

дратовъ заключался бы цѣликомъ въ своемъ очертаніи, — внутреннія границы отдѣльныхъ, маленькихъ квадратовъ оно не могло бы усмотрѣть иначе, какъ отодвинувъ внѣшніе квадраты.

Теперь мы подготовлены ввести четвертую перемѣнную, заключающуюся въ силлогизмѣ.

Опредѣляя буквы для обозначенія терминовъ силлогизма, мы приняли S и P въ качествѣ изображающихъ подлежащее и сказуемое въ заключеніи и, такимъ образомъ, въ заключеніи порядокъ буквъ неизмѣненъ. Но въ посылкахъ мы произвольно установили порядокъ — всѣ M въ P и всѣ S въ M. Нѣтъ никакого основанія почему бы M вмѣсто P не могло быть сказуемымъ первой посылки и т. д.

Соотвѣтственно съ этимъ соображеніемъ мы принимаемъ порядокъ въ посылкахъ какъ четвертую перемѣнную. Въ этомъ порядкѣ усматриваются четыре видоизмѣненія, которыя называются фигурами.

Примемъ, что порядокъ, въ которомъ буквы написаны, обозначаетъ, что первая проставленная буква изображаетъ собою подлежащее, а вторая — сказуемое; тогда мы получимъ слѣдующія возможности:

	1-ая фиг.	2-ая фиг.	3-я фиг.	4-ая фиг.
1-ая посылка . .	MP	PM	MP	PM
2-ая посылка . .	SM	SM	MS	MS

Слѣдовательно, какъ въ отношеніи посылокъ, такъ и въ отношеніи этой четвертой перемѣнной представляются четыре возможности.

Мы пользовались нашими способами измѣренія пространства для изображенія фазъ посылокъ и заключенія; для аналогичнаго же изображенія измѣненій фигуръ мы нуждаемся въ четвертомъ измѣреніи.

Но, желая ввести въ кругъ нашихъ манипуляцій четырехмѣрное пространство, мы должны измѣнить наши начала измѣренія, подобно тому, какъ мы это дѣлали, переходя отъ плоскости къ кубическому пространству.

Предполагается, что четвертое измѣреніе перпендикулярно къ каждому изъ трехъ измѣреній нашего пространства, подобно тому, какъ третье пространственное измѣреніе перпендикулярно къ двумъ измѣреніямъ плоскости; а это даетъ намъ возможность образовать нѣкоторое понятіе о новаго рода объемѣ. Если весь кубъ движется въ четвертомъ измѣреніи, то само тѣло его чертитъ путь, каждая часть котораго, взятая перпендикулярно къ направленію этого движенія, составляетъ кубическое тѣло, или точное повтореніе самаго куба.

Кубъ, какъ мы видимъ, представляетъ начало тѣла такого именно рода. Онъ представляетъ собою нѣчто въ родѣ лотка, подобно тому какъ квадратная грань самаго куба представляетъ тоже нѣчто въ родѣ лотка, къ которому прилегаетъ кубъ.

Предположите, что кубъ движется въ этомъ четвертомъ измѣреніи въ четыре стадіи и пусть область высшаго куба, вычерчиваемая въ первой стадіи, характеризуется тѣмъ, что термины силлогизма являются тогда въ первой фигурѣ. Слѣдовательно, въ каждую изъ послѣдующихъ трехъ стадій мы можемъ изобразить остальныя три фигуры. Такимъ образомъ весь кубъ образуетъ основаніе или базисъ, отъ котораго мы отсчитываемъ перемѣну въ фигурѣ. Первая фигура соотвѣтствуетъ видимому нами кубу и тому высшему тѣлу, которое лежитъ въ первой стадіи; вторая фигура соотвѣтствуетъ второй стадіи и т. д.

Итакъ мы отсчитываемъ отъ всего куба столько разъ, сколько имѣется фигуръ.

Но мы видѣли, что, измѣряя въ самомъ кубѣ, имѣющемъ три перемѣнныя, а именно, двѣ посылки и заключеніе, мы отмѣривали отъ трехъ плоскостей. Основаніемъ или базисомъ, отъ котораго мы отмѣривали, служила въ каждомъ случаѣ плоскость.

Слѣдовательно, измѣряя въ высшемъ пространствѣ, мы должны имѣть базисъ для отмѣриванія соотвѣтственнаго же рода, т. е. мы должны имѣть базисъ кубическій.

Ясно, что первый кубическій базисъ — это самый кубъ. Второй базисъ можетъ быть опредѣленъ по слѣдующимъ соображеніямъ.

Кубическимъ тѣломъ, отъ котораго мы отмѣриваемъ фигуру, будетъ то тѣло, въ которомъ перемѣнныя проходятъ черезъ полный рядъ видоизмѣненій.

Такъ, если намъ надо оріентироваться въ отношеніи фазъ первой посылки, мы должны испытать вторую посылку, заключеніе и порядокъ терминовъ. То есть мы должны принять за базисъ для отмѣриванія въ отношеніи фазъ первой посылки то, что изображаетъ перемѣну фазъ второй посылки и заключенія, а также и то, что изображаетъ измѣненіе фигуръ.

Перемѣна фазъ второй посылки и заключенія изображена квадратной гранью лѣвой стороны куба. Здѣсь находятся всѣ видоизмѣненія второй посылки и заключенія. Видоизмѣненія фигуръ представляются стадіями движенія, совершающагося подъ прямымъ угломъ ко всѣмъ направленіямъ въ нашемъ пространствѣ, а слѣдовательно подъ прямымъ угломъ и къ упомянутой грани на лѣвой сторонѣ куба.

Слѣдовательно, дозволивъ лѣвой грани двигаться въ четвертомъ направленіи, мы получимъ кубъ, и въ этомъ кубѣ будутъ представлены всѣ видоизмѣненія второй посылки, заключенія и фигуры.

Такимъ образомъ получается второй кубическій базисъ для отмѣриванія положенія куба, порождаемаго движеніемъ лѣваго квадрата въ четвертомъ измѣреніи.

Остальные базисы мы находимъ подобнымъ же образомъ. Третій базисъ есть кубъ, порождаемый лицевымъ квадратомъ, движущимся въ четвертомъ измѣреніи. Отъ этого куба отмѣриваются видоизмѣненія въ фазахъ второй посылки. Четвертый базисъ находимъ, двигая нижній квадратъ куба въ четвертомъ измѣреніи. Въ этомъ кубѣ даны видоизмѣненія первой и второй посылокъ и фигуры. Разсматривая этотъ кубъ какъ базисъ для четырехъ стадій, изъ него проистекающихъ, мы должны имѣть въ виду, что видоизмѣненія въ фазахъ заключенія уже даны.

Каждый изъ этихъ кубическихъ базисовъ можетъ быть представленъ въ нашемъ пространствѣ, а слѣдовательно высшее кубическое тѣло, производимое ими, лежитъ внѣ нашего пространства. Оно можетъ быть представлено лишь путемъ находчивости, подобной той, посредствомъ которой обитатель плоскости представляетъ себѣ кубъ.

Онъ изображаетъ кубъ, какъ показано выше, взявъ его четыре квадратныхъ сѣченія и помѣщая ихъ произвольно на нѣкоторомъ разстояніи одно отъ другого.

Точно такъ же и мы должны изображать это высшее кубическое тѣло посредствомъ четырехъ кубовъ, изъ коихъ каждый представляетъ лишь начало соотвѣтственнаго высшаго объема.

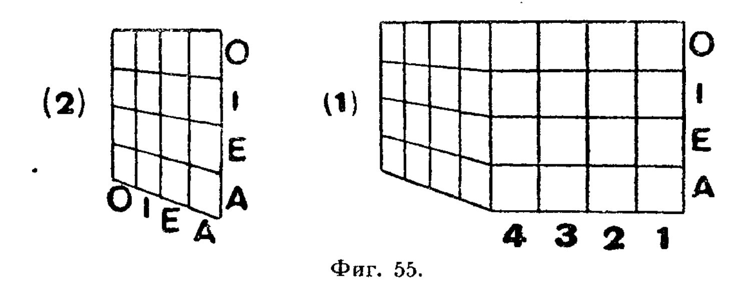
Слѣдовательно, достаточно для насъ, если мы начертимъ четыре куба, изъ коихъ первый будетъ представлять область, соотвѣтствующую фигурѣ перваго рода, второй — область соотвѣтствующую фигурѣ второго рода, и т. д. Эти кубы изображаютъ лишь начала соотвѣтственныхъ областей; они являются, такъ сказать, какъ бы лотками, отъ которыхъ начинаются и къ которымъ прилегаютъ реальныя кубическія тѣла. Первый кубъ, будучи началомъ области, соотвѣтствующей первой фигурѣ, характеризуется тѣмъ порядкомъ терминовъ въ посылкахъ, какой усматривается въ первой фигурѣ. Второй, подобнымъ же образомъ, имѣетъ термины посылокъ въ порядкѣ второй фигуры и т. д.

Эти кубы показаны ниже.

Ради того, чтобы показать свойства этого метода изображенія, но не ради логическихъ цѣлей, я сдѣлаю нѣкоторое отступленіе. Я изображу въ пространствѣ фазы второй посылки и фазы заключенія и различныя фигуры, сохраняя первую посылку неизмѣнно въ фазѣ A. Здѣсь мы имѣемъ три перемѣнныя въ различныхъ стадіяхъ — вторую посылку, заключеніе и фигуру. Вообразимъ, что квадратъ лѣвой стороны первоначальнаго куба стоитъ самъ собой безъ кубической части куба, какъ это изображено на (2) фиг. 55.

Буквы А, Е, I, О, проставленныя горизонтально, изображаютъ фазы второй посылки; буквы А, Е, I, О, слѣдующія вертикально, изображаютъ фазы заключенія. При этомъ надо помнить, что весь квадратъ изображаетъ начало того сѣченія куба, которое соотвѣтствуетъ первой посылкѣ въ фазѣ А.

Предположимъ, что отъ этого квадрата направленіе, въ которомъ располагаются фигуры, простирается въ лѣвую сторону. Тогда мы получимъ кубъ (1), прилегающій къ указанному квадрату; самый квадратъ скрытъ за кубомъ, но остаются видимыми буквы заключенія А, Е, I, О. Въ этомъ кубѣ мы имѣемъ изображеніе всѣхъ фазъ второй посылки и



Фиг. 55.

заключенія, а также и изображеніе всѣхъ фигуръ. Относительно первой посылки мы можемъ сказать, что такъ какъ грань (2) составляетъ первую стѣнку слѣва въ первоначальномъ распредѣленіи, а въ данномъ случаѣ изображаетъ первую посылку въ фазѣ А, то весь этотъ кубъ (1), сейчасъ нами построенный, представляетъ фазу А первой посылки.

Слѣдовательно, самый правый маленькій кубикъ, въ нижнемъ ряду подъ № 1, ближайшій къ зрителю, представляетъ первую посылку въ фазѣ А, вторую посылку въ фазѣ А, заключеніе въ фазѣ А и первую фигуру. Слѣдующій кубикъ, примыкающій къ первому слѣва, представляетъ первую посылку въ фазѣ А, вторую посылку въ фазѣ А, заключеніе въ фазѣ А и вторую фигуру.

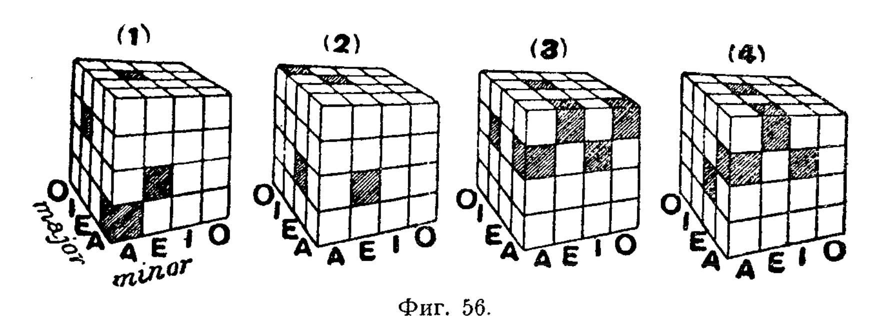
Такимъ образомъ въ этомъ кубѣ мы имѣемъ изображенія всѣхъ сочетаній, какія только могутъ

случиться, когда первая посылка находится въ фазѣ A, т. е. вторая посылка, заключеніе и фигуры проходятъ черезъ всѣ свои видоизмѣненія.

Въ этомъ случаѣ нѣтъ мѣста въ нашемъ пространствѣ для точнаго изображенія фазъ первой посылки. Чтобы изобразить ихъ, мы должны предположить, какъ прежде, что существуетъ четвертое измѣреніе. Направляясь же отъ этого куба, какъ основы, въ четвертое измѣреніе въ четыре равныя стадіи, мы находимъ, что весь первый объемъ соотвѣтствуетъ первой посылкѣ въ фазѣ A, второй — первой посылкѣ въ фазѣ E, слѣдующій — фазѣ I и послѣдній — фазѣ O.

Видимый нами кубъ представляетъ лишь какъ бы лотокъ, къ которому примыкаетъ четырехмѣрное тѣло. Сѣченіе послѣдняго въ каждой стадіи — есть кубъ. Но направленіе, въ которомъ простирается это высшее тѣло, должно проходить поперекъ всего нашего пространства и не можетъ быть изображено какимъ бы то ни было передвиженіемъ въ нашемъ пространствѣ. Мы можемъ показать лишь послѣдовательныя стадіи прохожденія куба въ этомъ направленіи, но не въ состояніи показать окончательнаго результата такого прохожденія, какъ бы онъ малъ ни былъ.

Но возвратимся къ первоначальному методу изображенія нашихъ перемѣнныхъ. На фиг. 56 четыре



Фиг. 56.

куба изображаютъ четыре сѣченія высшей фигуры, возникающей изъ нашего куба при его движеніи въ четвертомъ измѣреніи. Первая часть движенія, начи-

нающаяся съ (1), описываетъ сверхъ кубическое тѣло, которое все заключается въ первой фигурѣ. Начало этого тѣла показано на (1). Слѣдующая часть движенія описываетъ сверхъ кубическое тѣло, которое полностью заключается во второй фигурѣ; начало этого тѣла показано на (2). Третья и четвертая части движенія слѣдуютъ подобнымъ же образомъ. Здѣсь, слѣдовательно, въ одной четырехмѣрной фигурѣ мы имѣемъ всѣ сочетанія четырехъ перемѣнныхъ, т. е. получаемъ изображеніе первой и второй посылокъ, фигуры и заключенія, при чемъ каждая перемѣнная проходитъ черезъ свои четыре видоизмѣненія. Начерченные здѣсь отдѣльные кубы соотвѣтствуютъ нашему представленію высшаго тѣла въ пространствѣ при помощи его разъединенныхъ сѣченій.

Но мы должны сказать, что только ограниченное число заключеній, добытыхъ такимъ образомъ, является правильнымъ. Правильность ихъ зависитъ отъ особенностей сочетаній соотвѣтствующихъ имъ посылокъ и фигуръ. Вся въ совокупности фигура, представляемая такимъ образомъ, можетъ быть названа міромъ мысли по отношенію къ этимъ четыремъ составнымъ частямъ, а изъ этого «міра» возможныхъ сочетаній уже дѣло «области» логики избирать такія сочетанія, которыя соотвѣтствуютъ результатамъ работы нашихъ умственныхъ способностей.

Мы можемъ прослѣдить каждую изъ посылокъ во всѣхъ ея фазахъ и отыскать то заключеніе, къ какому онѣ приводятъ. Но это дѣло спеціальныхъ сочиненій по логикѣ. Здѣсь мы заинтересованы лишь во внѣшнемъ представленіи результатовъ и воспользуемся ниже приводимыми мнемоническими строками, въ которыхъ слова, взятыя въ скобки, относятся только къ фигурамъ и не имѣютъ никакого особаго значенія: —

Barbara celarent Darii ferio*que* (prioris).
Caesare Camestris Festino Baroko (secundae).
(Tertia) darapti disamis datisi felapton.
Bokardo ferisson *habet* (Quarta insuper addit).
Bramantip camenes dimaris ferapton fresison.

Въ этихъ строкахъ каждое, имѣющее значенiе слово, обладаетъ тремя гласными. Первая гласная относится къ первой посылкѣ и указываетъ на ея фазу; напримѣръ «а» означаетъ, что первая посылка дана въ фазѣ *a*. Вторая гласная относится ко второй посылкѣ и даетъ ея фазу. Третья гласная относится къ заключенiю и даетъ его фазу. Такимъ образомъ (prioris) первой фигуры, или первое мнемоническое слово, составляетъ «barbara», которое даетъ первую посылку въ фазѣ А, вторую посылку въ фазѣ А и заключенiе въ фазѣ А. Согласно съ этимъ мы отмѣчаемъ въ первомъ изъ нашихъ четырехъ кубовъ нижнiй, лѣвый, лицевой кубикъ. Возьмемъ другой примѣръ. Въ третьей фигурѣ «Tertia» слово «ferisson» даетъ намъ первую посылку въ фазѣ Е — напримѣръ, ни одного М въ Р; вторую посылку въ фазѣ I — нѣкоторые М заключаются въ Р; заключенiе въ фазѣ О — нѣкоторые S не заключаются въ Р. Слѣдовательно кубикъ, подлежащiй отмѣткѣ, находится въ третьемъ кубѣ, во второй стѣнкѣ, считая слѣва, для первой посылки; въ третьей стѣнкѣ, считая отъ лицевой стороны, — для второй посылки и въ верхнемъ ряду для заключенiя.

Легко убѣдиться, что этотъ кубикъ помѣченъ на чертежѣ и что помѣчены подобнымъ же образомъ всѣ надлежащiя заключенiя. Помѣченныя мѣста показываютъ, какiя существуютъ сочетанiя четырехъ перемѣнныхъ, т. е. первой и второй посылокъ, фигуры и заключенiя.

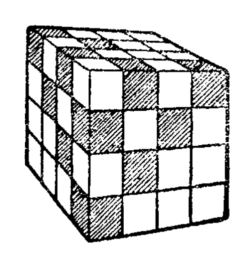
Другими словами, — мы объективируемъ всѣ возможныя заключенiя и строимъ нѣкоторую идеальную схему всѣхъ возможныхъ сочетанiй ихъ съ посылками, при чемъ изъ таковыхъ сочетанiй мы исключаемъ тѣ, которыя не удовлетворяютъ законамъ логики. Остающееся является силлогизмомъ, разсматриваемымъ какъ правило мышленiя.

Разсматривая форму, представляемую совокупностью правильныхъ заключенiй, не находимъ въ ней явныхъ признаковъ какой-либо симметрiи, или какихъ-либо легко различаемыхъ характерныхъ чертъ.

Тѣмъ не менѣе получается поразительное очертаніе, если мы проектируемъ такую четырехмѣрную фигуру на трехмѣрную, т. е. если мы наносимъ на основномъ кубѣ всѣ тѣ кубики, которые гдѣ-либо отмѣнены въ ряду четырехъ стадій, отходящихъ отъ основного куба.

Этотъ процессъ соотвѣтствуетъ извлеченію всѣхъ фигуръ, дающихъ правильныя заключенія, каковы бы фигуры ни были.

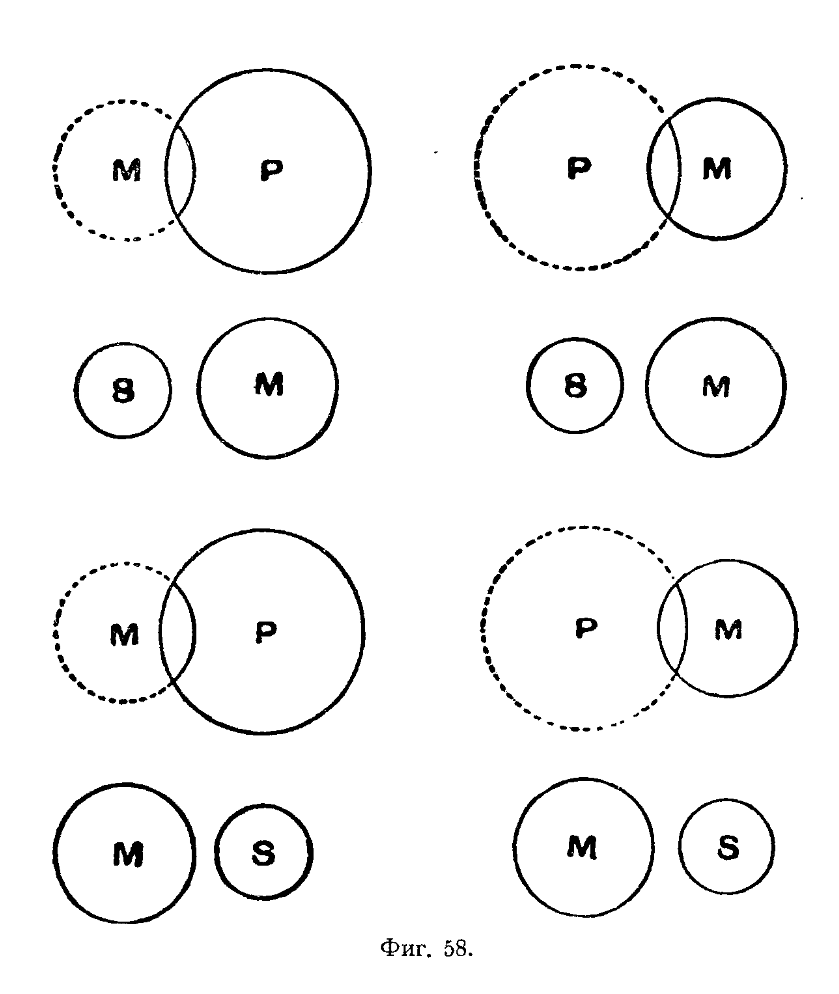
Поступая такимъ образомъ, мы получаемъ распредѣленіе помѣченныхъ кубиковъ, показанное на фиг. 57. Мы видимъ, что правильныя заключенія группируются почти симметрично вокругъ одного кубика, а именно, кубика вверху колонны, характерной по своимъ фазамъ AAA. Въ этой схемѣ существуетъ, однако, нѣкоторый перерывъ. Остается неотмѣченнымъ одинъ кубикъ, который если бы былъ отмѣченъ, то получилась бы полная симметрія. Этотъ кубикъ можно обозначить буквами I, E, O, такъ какъ онъ находится въ третьей стѣнкѣ вправо, во второй стѣнкѣ отъ лицевой стороны куба и въ верхнемъ ряду. Такая комбинація посылокъ въ фазѣ I E съ заключеніемъ въ фазѣ O не упоминается, сколько мнѣ извѣстно, ни въ одномъ изъ сочиненій по логикѣ. Вникнемъ въ нее по собственнымъ соображеніямъ, такъ какъ кажется, что, въ связи съ этимъ перерывомъ, кроется нѣчто любопытное.



Фиг. 57.

Предложенія I, E представляютъ слѣдующія фигуры, какъ показано на фиг. 58: — Первая фигура: нѣкоторыя M заключаются въ P; ни одно S не заключается въ M. Вторая фигура: нѣкоторыя P заключаются въ M; ни одно S не заключается въ M. Третья фигура: нѣкоторыя M заключаются въ P; ни одно M не заключается въ S. Четвертая фигура: нѣкоторыя P заключаются въ M; ни одно M не заключается въ S.

Разсматривая эти фигуры, начиная съ первой, мы видимъ, что коль скоро нѣкоторыя М заключаются въ Р и ни одно S не заключается въ М, то мы не можемъ вывести никакого заключенія объ отношеніи



Фиг. 58.

S къ Р въ различныхъ фазахъ. Совершенно невозможно опредѣлить, какимъ образомъ кругъ, представляющій S, относится къ кругу, представляющему Р. Онъ можетъ лежать внутри, внѣ, или частью внутри Р. То же самое соображеніе является справедливымъ и въ отношеніи 2 и 3 фигуръ. Но когда мы обращаемся къ четвертой фигурѣ, находимъ, что

коль скоро M и S лежатъ совершенно внѣ одинъ другого, то внутри S не можетъ лежать та часть P, которая лежитъ внутри M. Но мы знаемъ изъ первой посылки, что нѣкоторые P лежатъ въ M, а слѣдовательно S не можетъ вмѣщать въ себѣ P цѣликомъ. Если нѣкоторыя P заключаются въ M и ни одно M не заключается въ S, то S не содержитъ въ себѣ всего P. Если мы примемъ P за подлежащее, то получимъ сказуемое о P въ фазѣ O — нѣкоторыя P не заключаются въ S. Но таковое не даетъ намъ заключенія объ S ни въ одной изъ четырехъ формъ, признаваемыхъ силлогизмомъ и называемыхъ фазами. Слѣдовательно, этотъ перерывъ, или нарушеніе связности въ поіографѣ, даетъ намъ возможность установить недостатокъ полноты въ отношеніяхъ, разсматриваемыхъ въ силлогизмѣ.

Возьмемъ примѣръ: нѣкоторые американцы (P) имѣютъ африканское происхожденіе (M); никто изъ арійцевъ (S) не имѣетъ африканскаго происхожденія (M); арійцы (S) не включаютъ цѣликомъ американцевъ (P).

Для того, чтобы сдѣлать какое-нибудь заключеніе объ S, мы должны допустить, что утвержденіе «S не содержитъ въ себѣ всего P» представляетъ законную логическую форму; — таково лишь возможное утвержденіе объ S. Но такая логика, которая даетъ намъ формулу «нѣкоторыя P не заключаются въ S» и которая не дозволяетъ намъ употребить совершенно равносильную и равноцѣнную формулу «S не содержитъ въ себѣ всего P», — такая логика является весьма искусственною.

И я намѣренъ показать, что такого рода искусственность ведетъ къ нѣкоторой погрѣшности.

Кто полагался на вышеприведенныя мнемоническія строки, тотъ долженъ теперь убѣдиться, что никакого логическаго заключенія нельзя извлечь изъ утвержденія «нѣкоторыя P заключаются въ M и ни одно M не заключается въ S».

Тѣмъ не менѣе одно заключеніе можетъ быть сдѣлано: S не содержитъ въ себѣ всего P.

Это не значитъ, что заключенiе выражено лишь въ иной формѣ. Мнемоническiя строки являются отрицанiемъ возможности вывести какое-либо заключенiе изъ посылокъ въ фазахъ I, E соотносительно.

Такимъ образомъ простой четырехмѣрный поiографъ далъ намъ возможность обнаружить ошибку въ мнемоническихъ строкахъ, которыя передавались, никѣмъ неоспариваемыя, со временъ среднихъ вѣковъ. Обсуждая сущность этихъ строкъ, защищающiй ихъ логикъ сказалъ бы, вѣроятно, что частное утвержденiе не можетъ составлять первую посылку и отрицалъ бы, такимъ образомъ, существованiе четвертой фигуры въ сочетанiи фазъ.

Обратимся къ нашему примѣру: нѣкоторые американцы имѣютъ африканское происхожденiе; никто изъ арiйцевъ не имѣетъ африканскаго происхожденiя. Логикъ сказалъ бы, что вытекающее здѣсь заключенiе таково: нѣкоторые американцы не принадлежатъ къ арiйскому племени; а такъ же настаивалъ бы на томъ, что второе утвержденiе является здѣсь первою посылкою. Онъ отказался бы сказать что-либо объ арiйцахъ, присуждая насъ къ полному умолчанiю объ нихъ, по скольку дѣло касается этихъ посылокъ! Но, коль скоро существуетъ утвержденiе, касающееся отношенiя между двумя классами, оно должно быть выражено въ смыслѣ утвержденiя о каждомъ изъ обоихъ классовъ.

Не признавать заключенiя «арiйцы не включаютъ цѣликомъ американцевъ», является просто средствомъ для удержанiя во что бы то ни стало ложной классификацiи.

Утвержденiе объ универсальности первой посылки такъ же не выдерживаетъ критики. Этимъ исключались бы такiя сочетанiя, какъ первая посылка въ фазѣ O, вторая посылка въ фазѣ A и заключенiе въ фазѣ O, напримѣръ, сочетанiя въ такомъ родѣ: — нѣкоторыя горы (M) не долговѣчны (P); всѣ горы (M) обладаютъ сценичнымъ видомъ (S); нѣкоторые сценичные виды (S) не долговѣчны (P).

Если такая комбинація допускается въ логикѣ, то отказъ отъ обсужденія фазъ I, E, O въ четвертой фигурѣ — необъяснимъ. Удовлетворительный поіографъ логической схемы можетъ быть созданъ путемъ допуска къ употребленію словъ — нѣкоторые, никакіе и всѣ, — какъ по отношенію къ сказуемому, такъ и къ подлежащему. Слѣдовательно, мы въ правѣ выразить положеніе глухо: «арійцы не включаютъ цѣликомъ американцевъ»; когда же оцѣнимъ неясность такого выраженія, можемъ сказать болѣе правильно: «арійцы не представляютъ собою всѣхъ американцевъ». Такой методъ носитъ имя «измѣнчивости подлежащаго въ количествомъ отношеніи».

Законы строгой логики совпадаютъ съ заключеніями, какія можно вывести относительно областей пространства, обнимающихъ другъ друга различнымъ образомъ. Не трудно установить, слѣдовательно, соотвѣтственныя отношенія, или получить симметрическій поіографъ. Но отвлекаться въ этотъ отдѣлъ геометріи не входитъ въ нашу настоящую задачу, которая заключается только въ томъ, чтобы показать примѣненіе поіографа въ опредѣленной и ограниченной области, не вникая въ тѣ сложности, съ какими приходится имѣть дѣло въ случаяхъ изслѣдованія нѣкоторыхъ предметовъ естествознанія.

Если мы возьмемъ, напримѣръ, растенія и, не приписывая имъ опредѣленныхъ направленій въ пространствѣ, соотвѣтствующихъ извѣстнымъ разновидностямъ, расположимъ характерныя точки такимъ образомъ, чтобы они соотвѣтствовали подобію самихъ предметовъ, то получимъ очертанія, представляющія особенный интересъ. Быть можетъ этимъ путемъ, создавая формы формъ и пренебрегая тѣломъ, могло бы быть достигнуто нѣкоторое глубокое ознакомленіе съ видами и классами.

ГЛАВА IX.

Приложеніе къ Кантовской теоріи опыта.

Когда мы наблюдаемъ небесныя тѣла, мы удостовѣряемся въ томъ, что всѣ они принимаютъ участіе въ одномъ всемірномъ движеніи, а именно, въ суточномъ вращеніи вокругъ полярной оси.

Относительно неподвижныхъ звѣздъ это является безусловно вѣрнымъ, но въ отношеніи солнца и планетъ простое вращеніе вокругъ оси осложняется и слегка измѣняется другими, второстепенными движеніями.

Слѣдовательно, общая характерная особенность всѣхъ небесныхъ тѣлъ заключается въ томъ, что они ежедневно движутся по кругу.

Но мы знаемъ, что этотъ единый, великій фактъ, который кажется истиннымъ въ отношеніи всѣхъ небесныхъ тѣлъ, въ дѣйствительности вовсе ихъ самихъ не касается. Суточное вращеніе, повидимому совершаемое ими, является результатомъ условій, въ какія поставленъ наблюдатель. Такое универсальное утвержденіе относительно всѣхъ небесныхъ тѣлъ можетъ быть сдѣлано лишь потому, что наблюдатель помѣщается на вращающейся землѣ.

Итакъ утвержденіе, совершенно законное относительно каждаго изъ небесныхъ тѣлъ, въ то же время нисколько ихъ не касается, а является лишь признаніемъ условій самаго наблюдателя.

Есть и другія, принимаемыя нами универсальныя утвержденія. Мы говоримъ, что все, воспринимаемое

путемъ опыта, существуетъ въ пространствѣ и подчиняется законамъ геометріи.

Слѣдуетъ ли понимать, что пространство и все, что подъ нимъ подразумѣвается, обязано своимъ происхожденіемъ условіямъ наблюдателя?

Если всемірный законъ въ одномъ случаѣ ничего такого не подразумѣваетъ, что касалось бы самихъ объектовъ, а имѣетъ лишь въ виду условія наблюдателя, то можно ли распространить это и на всѣ прочіе случаи? Въ астрономіи намъ показана vera causa (истинная причина) для всеобщаго утвержденія. Можно ли прослѣдить повсюду ту же самую причину?

Таково первое приближеніе къ доктринѣ кантовской критики.

Въ этомъ заключается понятіе объ отношеніяхъ, какія взаимно устанавливаются между двумя вполнѣ опредѣленными сторонами — въ данномъ случаѣ между человѣкомъ-наблюдателемъ и звѣздами; и эти-то отношенія переносятся въ область, гдѣ обѣ стороны намъ совершенно невѣдомы.

Если пространственность вытекаетъ изъ условій, въ которыя поставленъ наблюдатель, то наблюдателемъ не можетъ быть наше физическое я, такъ какъ наше физическое тѣло, подобно всѣмъ предметамъ вокругъ него, погружено также въ пространство.

Эту идею Кантъ примѣнялъ не только къ интуиціямъ чувства, но и къ концепціямъ разума; гдѣ бы онъ ни встрѣтился съ универсальнымъ утвержденіемъ, ему представлялся благопріятный случай для примѣненія его принципа. Онъ построилъ систему, въ которой трудно рѣшить, чему слѣдуетъ больше удивляться: его строительному искусству, или его умолчанію по отношенію вещей самихъ въ себѣ и по отношенію наблюдателя самаго въ себѣ.

Его систему можно сравнить съ садомъ, быть можетъ, слишкомъ ужъ чистенькимъ, но очаровывающимъ какимъ-то сверхъинтеллектуальнымъ достоинствомъ, какой-то пріятной безмятежностью и изящной скромностью. И въ этомъ, столь заботливо воздѣланномъ саду, при помощи уютно скрытой въ тѣни

науки, произрастаютъ цвѣты и древо дѣйствительнаго познанія.

Его критика — это собраніе идей захватывающаго интереса. Одна изъ нихъ, сущность которой вкратцѣ мною изложена, ведетъ, какъ мы увидимъ при обстоятельномъ ея изслѣдованіи, къ теоріи математики, побуждающей къ изслѣдованіямъ во многихъ направленіяхъ.

Оправданіе для моего отзыва можетъ быть найдено, между прочимъ, въ той части трансцендентальной аналитики, въ которой Кантъ говоритъ о предметахъ опыта, подчиненныхъ формамъ чувствительности, но не подчиненныхъ концепціямъ разума.

Кантъ утверждаетъ, что при какихъ бы обстоятельствахъ мы ни думали, мы думаемъ о предметахъ въ пространствѣ и во времени, но онъ отрицаетъ, что пространство и время существуютъ въ качествѣ независимыхъ сущностей. Онъ старается объяснить ихъ и ихнюю универсальность, не принимая ихъ существованіе за нѣчто доказанное, какъ поступаетъ большинство прочихъ философовъ, но, напротивъ, предполагая ихъ отсутствіе. Слѣдовательно, какъ это могло случиться, что міръ представляется намъ въ пространствѣ и во времени?

Кантъ занимаетъ такое же положеніе въ отношеніи того, что мы называемъ природою — великою системою, подчиненною закону и порядку. Мы спрашиваемъ философовъ: «какъ вы объясняете законъ и порядокъ въ природѣ?» Всѣ, за исключеніемъ Канта, отвѣчаютъ, предполагая законъ и порядокъ существующими гдѣ-либо, а затѣмъ показывая, какимъ образомъ мы можемъ въ нихъ убѣдиться.

Объясняя наши понятія, философы, не раздѣляющіе воззрѣній Канта, принимаютъ, что понятія существуютъ внѣ насъ; а тогда не трудно уже показать, какъ они въ насъ развиваются — путемъ ли вдохновенія, или путемъ наблюденія.

Мы спрашиваемъ: «почему мы обладаемъ идеею о законахъ въ природѣ?» Намъ отвѣчаютъ: «потому, что всякіе процессы въ природѣ совершаются согласно

законамъ, а унаслѣдованный или личный опытъ прививаютъ намъ это понятіе».

Но когда говоримъ о законѣ въ природѣ, мы подразумѣваемъ наше собственное о немъ понятіе. Такимъ образомъ все, достигаемое этими толкователями, сводится къ объясненію нашего понятія путемъ присвоенія его извнѣ.

Кантъ разсуждаетъ иначе. Онъ ничего не предполагаетъ. Опытъ, подобный нашему, весьма отличается отъ опыта въ отвлеченностяхъ. Вообразите себѣ просто опытъ, рядъ состояній, рядъ сознаній! Между любыми двумя состояніями не было бы никакой связи, не было бы тожества личности, не было бы памяти. Такой опытъ невозможенъ на практикѣ; по отношенію ко всему тому, что мы называемъ реальнымъ, онъ значилъ бы меньше, чѣмъ сновидѣніе.

Кантъ приступаетъ къ проблемѣ истолкованія пространства, времени и порядка въ природѣ и, совершенно логично, не соглашается впередъ предполагать ихъ существованіе.

Но если каждый актъ мысли основывается на вещахъ въ пространствѣ и во времени и подчиненъ извѣстному порядку, то какимъ образомъ мы можемъ представить себѣ то совершенно неопредѣленное нѣчто, которое является неизбѣжною гипотезою по Канту и которое не обусловливается ни пространствомъ, ни временемъ, ни порядкомъ. Въ этомъ и заключается наша задача, чтобы представить то, что Кантъ считаетъ не подчиняющимся ни одной изъ нашихъ формъ мысли, а затѣмъ, чтобы указать на нѣкоторую функцію, благодаря которой это нѣчто становится «природой», подчиненной закону и порядку въ пространствѣ и во времени. Такую функцію Кантъ называетъ «единствомъ апперцепціи», функцію, дѣлающую состояніе нашего сознанія способнымъ вплетать въ одну систему съ нашимъ я — внѣшній міръ, память, законъ, причину и порядокъ.

Затрудненіе, встрѣчаемое нами при обсужденіи гипотезы Канта, заключается въ томъ, что все, о чемъ бы мы ни думали, находится въ пространствѣ

и во времени, а слѣдовательно, напрашивается вопросъ, какимъ образомъ мы должны представлять себѣ въ пространствѣ нѣкоторое существованіе внѣ пространства, а также — во времени нѣкоторое существованіе внѣ времени? Это затрудненіе становится еще болѣе очевиднымъ, когда мы пожелаемъ построить поіографъ, такъ какъ поіографъ сводится, въ сущности, къ построенію пространства. Но какъ разъ по причинѣ большей очевидности затрудненія приближаемся къ разрѣшенію проблемы. Если мы всегда мыслимъ въ терминахъ пространства, т. е. прибѣгаемъ къ пространственнымъ концепціямъ, то первымъ необходимымъ условіемъ для согласованія этихъ концепцій съ представленіемъ непространственнаго существованія является освоеніе съ той истиною, что мысль наша ограничена. Такимъ образомъ мы пріобрѣтаемъ возможность предпринять надлежащія мѣры для борьбы съ этой ограниченностью. Слѣдовательно, задача наша сводится къ представленію въ пространствѣ существованія независимаго отъ пространства.

Разрѣшеніе задачи нетрудно. Оно́ достигается посредствомъ понятія объ альтернативности (чередованіи).

Для того, чтобы лучше выяснить наши идеи, обратимся къ различіямъ между внутреннимъ и внѣшнимъ мірами. Оба они, говоритъ Кантъ, являются лишь продуктами. Возьмемъ просто нѣкоторыя состоянія сознанія и не будемъ задаваться вопросомъ, порождены ли они въ насъ естественнымъ путемъ, или дарованы свыше; задаваться подобнымъ вопросомъ, значило бы забѣгать слишкомъ впередъ, или предполагать нѣчто такое, происхожденія чего мы еще не доискались. Объ этихъ состояніяхъ скажемъ лишь, что, дескать, они дѣйствительно случаются. Состояніе сознанія, проявляющееся въ послѣдней возможной степени мимолетности, назовемъ «достовѣрностью», т. е. сочтемъ достовѣрностью ту фазу сознанія, о которой можно одно лишь утверждать, что она дѣйствительно имѣетъ мѣсто.

Пусть a, b, c будутъ три такихъ достовѣрности. Мы не можемъ представить ихъ въ пространствѣ, не

размѣстивъ ихъ въ извѣстномъ порядкѣ, какъ, напримѣръ, *a*, *b*, *c*. Но Кантъ дѣлаетъ различіе между формами чувствительности и концепціями разума. Сновидѣніе, въ которомъ все происходитъ случайно, принадлежитъ къ формамъ чувствительности и только частью относится къ дѣятельности разума. Оно потому только частью подчинено дѣятельности разума, что хотя въ немъ и не наблюдается строго послѣдовательный порядокъ, все же въ любое данное время тамъ есть нѣкоторый порядокъ. Распознаваніе вещей только въ пространствѣ составляетъ форму чувствительности; распознаваніе же порядка относится къ дѣятельности разума.

Слѣдовательно, чтобы вникнуть въ этотъ процессъ, который считается Кантомъ весьма существеннымъ въ порядковомъ опытѣ, мы должны вообразить, что эти «достовѣрности» расположены въ пространствѣ безъ какого-либо порядка.

Сколько намъ извѣстно, они должны слѣдовать въ томъ или иномъ порядкѣ, напримѣръ, *abc*, *bca*, *cab*, *acb*, *cba*, *bac*.

Представить себѣ ихъ не имѣющими никакого порядка, это значитъ понимать всѣ различные порядки одинаково существующими. Введемъ понятіе объ альтернативности, т. е. предположимъ, напримѣръ, что порядки *abc* и *bac* одинаково существуютъ, такъ, что мы не можемъ сказать, слѣдуетъ ли *a* раньше или позже *b*. Это будетъ соотвѣтствовать внезапному и произвольному измѣненію *a* въ *b* и *b* въ *a*; такимъ образомъ, выражаясь словами Канта, возможно будетъ одну и ту же вещь называть то однимъ именемъ, то другимъ именемъ совершенно безразлично.

Въ лицѣ такого опыта мы получаемъ своего рода хаосъ, въ которомъ не существуетъ никакого порядка; это такое разнообразіе, которое не можетъ быть подчинено никакимъ соображеніямъ разума.

А существуетъ ли какой-либо процессъ, при помощи котораго можетъ быть введенъ порядокъ въ такое разнообразіе, — существуютъ ли какія-нибудь

способности въ распоряженіи сознанія, въ силу которыхъ можетъ возникнуть порядковый опытъ?

Въ томъ именно положеніи, въ какомъ «достовѣрности» находятся, согласно сдѣланному выше описанію, это не представляется возможнымъ. Но если мы вообразимъ нѣкоторую двойственность въ разнообразіи, то можетъ быть легко показана извѣстная дѣятельность сознанія, которая положитъ начало порядку въ хаосѣ.

А потому вообразимъ, что каждая достовѣрность имѣетъ двойственный видъ. Пусть *a* будетъ 1*a*, въ которомъ двойственный видъ представленъ сочетаніемъ этихъ символическихъ знаковъ. Подобнымъ же образомъ пусть *b* будетъ 2*b* и *c* будетъ 3*c*, при чемъ 2 и *b* будутъ представлять двойственный видъ *b*, а 3 и *c* — двойственный видъ *c*.

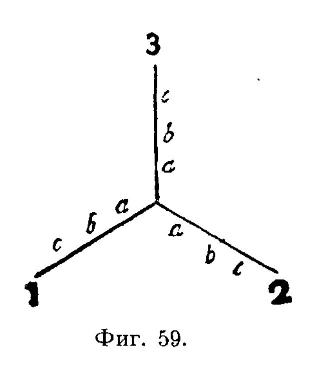
Такъ какъ *a* можетъ произвольно измѣняться въ *b*, или въ *c* и т. д., то особенныя сочетанія, приведенныя выше, не могутъ быть удержаны. Намъ слѣдуетъ признать одинаково возможными случайности совпаденія и такихъ формъ какъ 2*a*, 2*b* и т. д.; а для того, чтобы получить представленіе обо всѣхъ тѣхъ сочетаніяхъ, изъ которыхъ любая пара попремѣнно возможна, мы должны соединить каждый видъ съ каждымъ видомъ, т. е. мы должны взять каждую букву съ каждымъ номеромъ.

Примѣнимъ теперь этотъ методъ представленія пространства.

Примѣчаніе. Въ началѣ слѣдующей главы тѣ самыя построенія, которыя сейчасъ будутъ показаны, обставлены большими подробностями и нѣкоторая, быть можетъ, неясность въ въ изложеніи, находимая читателемъ въ нижеслѣдующихъ строкахъ, устранится сама собою. Эти построенія тамъ продолжены въ сторону большей множественности измѣреній, а потому значеніе процесса, здѣсь лишь вкратцѣ изложеннаго, сдѣлается болѣе очевиднымъ.

Возьмите въ пространствѣ три взаимно перпендикулярныя оси 1, 2, 3 (фиг. 59) и отмѣтьте на каждой изъ нихъ по три точки, при чемъ точку общей встрѣчи считайте за первую на каждой оси. Слѣдо-

вательно, посредствомъ трехъ точекъ на каждой оси мы опредѣляемъ 27 положеній, т. е. 27 точекъ въ кубической группѣ, показанной на фиг. 60, которая получается по тому же методу координаціи, какой былъ нами раньше описанъ. Каждому изъ этихъ положеній можетъ быть присвоено имя въ зависимости отъ соотвѣтствующихъ имъ оси и точки.

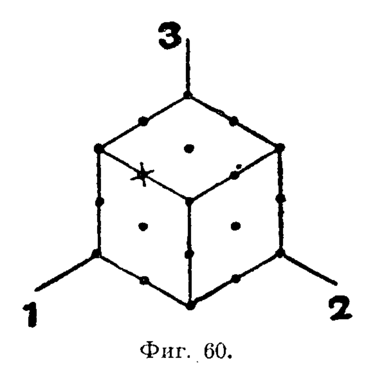


Фиг. 59.

Такимъ образомъ, напримѣръ, точка, обозначенная звѣздочкою, можетъ быть названа 1*c*, 2*b*, 3*c*, потому что она расположена напротивъ точки *c* на 1 оси, напротивъ точки *b* на 2 оси и точки *c* на 3 оси.

Обсудимъ теперь состоянія сознанія, соотвѣтствующія этимъ положеніямъ. Каждая точка представляетъ смѣшеніе «достовѣрностей» и разнообразіе соотвѣтствующаго имъ сознанія достигаетъ извѣстной сложности.

Предположите теперь, что эти составныя, т. е. точки, расположенныя на осяхъ, произвольно смѣняются и становятся одна другою, а также и оси смѣняются между собою и дѣлаются одна другою и что таковая смѣна ихъ не регулируется никакой системой, никакимъ закономъ, т. е., что никакого порядка для нихъ не существуетъ и что точки, слѣдующія на осяхъ отъ *a* къ *b* и *c* могутъ слѣдовать и отъ *b* къ *a* и *c* т.

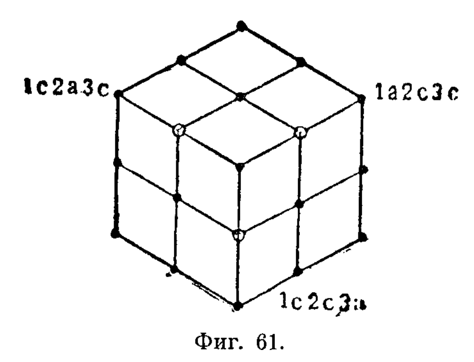


Фиг. 60.

Слѣдовательно, любое изъ состояній сознанія, представленныхъ точками въ группѣ, можетъ перейти въ любое другое состояніе сознанія. Итакъ, мы получаемъ представленіе о случайномъ сознаніи извѣстной степени сложности.

Теперь мы внимательно разсмотримъ одинъ частный случай произвольной смѣны точекъ *a*, *b*, *c*; одинъ такой случай, внимательно обсужденный, бросаетъ свѣтъ на все остальное.

Разсмотрите точки на фиг. 61, наименованныя 1*c*, 2*a*, 3*c*; 1*c*, 2*c*, 3*a*; 1*a*, 2*c*, 3*c* и обратите вниманіе на получающіеся результаты вслѣдъ за наступленіемъ перемѣны порядка. Предположимъ, напримѣръ, что *a* перемѣняется въ *b* и назовемъ оба получаемыя ряда, одинъ до, а другой послѣ смѣны, — парными рядами.



Фиг. 61.

До смѣны	1*c* 2*a* 3*c*	1*c* 2*c* 3*a*	1*a* 2*c* 3*c*	парные ряды.
Послѣ смѣны. .	1*c* 2*в* 3*c*	1*c* 2*c* 3*в*	1*в* 2*c* 3*c*	

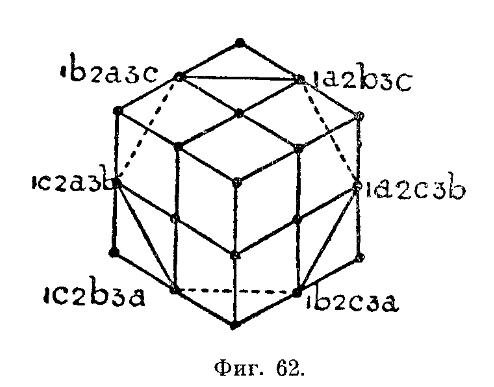
Точки, окруженныя кольцами, представляютъ второй парный рядъ.

Очевидно сознаніе, представленное въ началѣ первымъ рядомъ точекъ, а потомъ вторымъ рядомъ точекъ, ничего не будетъ имѣть общаго въ своихъ обѣихъ фазахъ. Оно не будетъ въ состояніи дать какой-либо отчетъ о себѣ. Здѣсь не будетъ никакого тожества.

Однако, если бы мы могли найти въ кубической группѣ какой-либо рядъ точекъ, который — при произвольной смѣнѣ точекъ на осяхъ, или при смѣнѣ самихъ осей — повторялся бы, или, такъ сказать, воспроизводился бы, то сознаніе, представляемое этими точками, обладало бы нѣкоторою продолжительностью. Вопреки отсутствію всякаго закона и всякаго порядка въ средѣ первичныхъ слагаемыхъ, возникъ бы нѣкоторый порядокъ, народилась бы система и осуществились бы условія для появленія нѣкотораго личнаго тожества.

Слѣдовательно, вопросъ сводится къ слѣдующему: Можемъ ли мы найти такой рядъ точекъ, который

былъ бы самопарнымъ, т. е. былъ бы такимъ, что когда какая-нибудь «достовѣрность» на осяхъ становилась другою достовѣрностью, или когда которая-либо изъ осей становилась другою осью, то весь рядъ преобразовывался бы такимъ образомъ, что тожество его сохранялось бы и возникало бы нѣчто высшее изъ общаго хаоса?



Фиг. 62.

Такой рядъ можетъ быть найденъ. Разсмотрите рядъ, показанный на фиг. 62 и написанный ниже въ первой изъ двухъ строкъ.

Ряды само-	*1а 2в 3с*	*1в 2а 3с*	*1с 2а 3в*	*1с 2в 3а*	*1в 2с 3а*	*1а 2с 3в*
парные. . .	*1с 2в 3а*	*1в 2с 3а*	*1а 2с 3в*	*1а 2в 3с*	*1в 2а 3с*	*1с 2а 3в*

Если мы теперь смѣнимъ *а* въ *с* и *с* въ *а*, то получимъ рядъ во второй строкѣ, имѣющій тѣ же самые члены, какіе имѣются въ первой строкѣ. Глядя на чертежъ, мы видимъ, что онъ просто соотвѣтствуетъ вращенію фигуръ какъ цѣлаго *). Произвольная смѣна точекъ на осяхъ, или смѣна самихъ осей, воспроизводятъ тотъ же рядъ.

Такимъ образомъ можетъ быть представлена функція, при помощи которой случайное, безпорядочное сознаніе въ состояніи дать начало сознанію, обладающему нѣкоторою системою и порядкомъ. Заслуживаетъ вниманія то обстоятельство, что эта система представляетъ, собственно, подборъ. Изъ всѣхъ формъ чередованія та только, оказывается, вноситъ порядокъ въ сознаніе, которая является самопарною. Подборъ придаетъ ей свойство устойчивости.

Можемъ ли сказать, что устойчивое сознаніе и есть, собственно, подборъ?

---

*) Эти фигуры описаны полнѣе и пространнѣе въ слѣдующей главѣ.

Неожиданно выступаетъ нѣкоторая аналогія между Кантомъ и Дарвиномъ. То, что существуетъ, перестаетъ быть эфемернымъ въ силу свойственной ему черты устойчивости. Нѣтъ надобности предполагать какую-нибудь спеціальную функцію, «способствующую» нарожденію устойчиваго сознанія. Сознаніе, способное дать себѣ отчетъ о себѣ самомъ, характеризуется лишь вышеописаннымъ сочетаніемъ. Существуютъ всякія сочетанія, — а при извѣстнаго рода сочетаніи возникаетъ сознаніе, которое можетъ дать отчетъ о себѣ самомъ. Сама двойственность, предположенная нами, можетъ быть разсматриваема какъ возникающая путемъ процесса подбора.

Дарвинъ поставилъ себѣ задачею объяснить происхожденіе растительнаго и животнаго міра. Онъ отрицалъ специфическія склонности. Онъ принималъ существованіе неопредѣленной измѣнчивости, т. е. случайности, но въ предѣлахъ весьма ограниченныхъ, когда вопросъ касался величины послѣдовательныхъ измѣненій. Онъ показалъ, что организмы, обладающіе признаками устойчивости, — если появляются, то и сохраняются. Такимъ образомъ его заключенія о всякой органической структурѣ, или объ организованномъ существѣ, сводятся къ понятію объ обладаніи признаками устойчивости.

Кантъ, задумавъ добиться объясненія не какого-нибудь частнаго феномена, но вообще всего того, что мы подразумѣваемъ подъ именемъ природы, составилъ себѣ свое собственное понятіе о происхожденіи видовъ, основанное на сознаніи, наблюдаемомъ въ области фауны и флоры. Онъ отрицалъ всякое специфическое расположеніе элементовъ сознанія, но, ссылаясь на наше собственное сознаніе, показывалъ, что то, чѣмъ оно походитъ на каждое другое устойчивое сознаніе, выражается въ способности дать себѣ отчетъ въ своемъ существованіи.

Онъ допускаетъ возможность случайнаго или безпорядочнаго міра, а поскольку понятія большой и малый не являются для него понятіями безусловными, которыми онъ могъ бы воспользоваться, постольку же

онъ и не ограничиваетъ какимъ бы то ни было образомъ случайности и безпорядочности. Но сознаніе, являющееся устойчивымъ, должно обладать извѣстными признаками, а именно, тѣми качествами, которыя дѣлаютъ его устойчивымъ. Сознаніе, подобное нашему собственному, есть просто сознаніе, обладающее этими качествами. Главный, существенный признакъ заключается въ томъ, что Кантъ называетъ единствомъ апперцепціи, подъ которою, какъ мы видѣли выше, подразумѣвается нѣкоторый особенный рядъ случайныхъ фазисовъ сознанія, но самопарныхъ, а слѣдовательно, и устойчивыхъ.

Какъ по Дарвину, такъ и по Канту причина существованія всякихъ признаковъ сводится къ ихъ стремленію сдѣлаться устойчивыми.

Такимъ образомъ, мы можемъ считать Канта создателемъ первой изъ современныхъ эволюціонныхъ теорій. И, какъ это часто бываетъ, первое усиліе было самымъ изумительнымъ по величинѣ своего размаха. Кантъ не занимается изслѣдованіемъ происхожденія какой-нибудь особой части во вселенной, напримѣръ, происхожденія населяющихъ ее организмовъ, или ея химическихъ элементовъ, или ея соціальныхъ, человѣческихъ общинъ. Онъ просто изслѣдуетъ происхожденіе цѣлаго,—всего того, что обнимается сознаніемъ, происхожденіе того «мыслимаго», прогрессивное осознаваніе котораго составляетъ познаваемую вселенную.

Такой взглядъ на вещи чрезвычайно отличается отъ тѣхъ обыкновенныхъ понятій, согласно коимъ предполагается, что человѣкъ помѣщенъ въ мірѣ, подобномъ тому, воображеніе о которомъ у него составилось постепенно; задача человѣка въ этомъ послѣднемъ случаѣ сводится лишь къ изученію того, что имъ разгадано въ той модели, какая имъ самимъ сфабрикована и выдвинута на сцену.

Намъ всѣмъ извѣстно, что существуетъ множество вопросовъ, стараясь отвѣтить на которые, мы должны признать, что такое предположеніе недопустимо.

Милль, напримѣръ, объясняетъ наше понятіе о «законѣ» существованіемъ неизмѣннаго порядка въ природѣ. Но то, что мы называемъ природою, есть нѣчто, подсказываемое нашей мыслью. Такимъ образомъ, онъ объясняетъ появленіе мысли о законѣ и порядкѣ мыслью о неизмѣнномъ порядкѣ. Онъ оставляетъ проблему въ томъ же положеніи, въ какомъ ее нашелъ.

Теорія Канта не единственна и не одинока. Это одна изъ множества эволюціонныхъ теорій. Можно составить себѣ понятіе объ ея вѣсѣ и значеніи путемъ сравненія съ другими теоріями.

Такъ, въ дарвиновскомъ теоретическомъ мірѣ естественнаго подбора допускается извѣстное предположеніе, а именно, предположеніе неопредѣленной измѣнчивости. Это, конечно, незначительная измѣнчивость, если принимать во вниманіе только какіе-нибудь извѣстные промежутки времени, но она весьма неопредѣленна и служитъ къ объясненію громадной цѣпи результатовъ, при ссылкѣ на цѣлыя эпохи превращеній.

Тѣмъ не менѣе, этотъ элементъ случайныхъ измѣненій не есть нѣчто окончательное. Это лишь стадія предварительная. Все это представляетъ только предварительный шагъ къ разрѣшенію чего-то. Если могутъ появиться разные виды организмовъ, то тѣ изъ нихъ, которые выживутъ, будутъ обладать такими-то и такими характерными особенностями. Съ этого и необходимо начинать изслѣдованіе, чтобы установить, какого рода организмы зарождаются. Такимъ образомъ, кантова гипотеза «случайнаго сознанія» является необходимымъ началомъ въ дѣлѣ раціональнаго изслѣдованія сознанія вообще. Его предположеніе выдвигаетъ, такъ сказать, область, въ которой мы можемъ заняться наблюденіемъ явленій. Онъ указываетъ на всеобщіе законы, съ которыми надлежитъ считаться при опытахъ. Если, при предположеніи безусловной случайности составныхъ частей, получатся такіе-то и такіе результаты опыта, то, какія бы ни были составныя части, эти результаты должны быть дѣйствительны повсемѣстно.

Теперь мы обратимся къ болѣе внимательному разсмотрѣнію поіографа, построеннаго съ цѣлью дать поясненія къ кантовскому единству апперцепціи.

Для того, чтобы показать происхожденіе порядка изъ безпорядка, необходимо было принять начало двойственности; мы имѣли дѣло съ осями и достовѣрностями на нихъ, — съ двумя рядами элементовъ, изъ коихъ оба ряда были хоатичны, — и мы видѣли, что изъ взаимныхъ между ними отношеній возникаетъ порядокъ и устанавливается опредѣленная система.

Но случается ли намъ наблюдать въ природѣ нѣкоторую двойственность?

Личный опытъ сталкиваетъ насъ, безъ сомнѣнія, какъ съ объектами, обладающими порядкомъ, такъ и съ объектами, не способными къ порядку. Два корня квадратнаго уравненія не свидѣтельствуютъ ни о какомъ порядкѣ. Никто не можетъ сказать, который изъ нихъ первый. Если какое-либо тѣло поднимается вертикально, а затѣмъ слѣдуетъ подъ прямымъ угломъ къ своему первоначальному направленію, никто не можетъ указать на какое-нибудь первенство направленія на сѣверъ, или на востокъ. Не существуетъ первенства въ направленіяхъ вращенія. Мы не ассоціируемъ вращеніе, имѣющее какую бы то ни было послѣдовательность движенія по линіи, съ порядкомъ. Между осями и точками, о которыхъ мы говорили выше, нѣтъ никакого подобнаго различія. Будетъ то же самое, примемъ ли, что существуетъ порядокъ между вращеніями и никакого порядка между точками на осяхъ, или наоборотъ, усмотримъ нѣкоторый порядокъ между точками и никакого порядка во вращеніяхъ. Существо, съ безконечнымъ количествомъ осей, взаимно перпендикулярныхъ между собою, съ нѣкоторою опредѣленною послѣдовательностью между ними и отсутствіемъ всякой послѣдовательности между точками на осяхъ, находилось бы въ условіяхъ совершенно не отличимыхъ отъ того существа, которое, согласно предположенію болѣе естественному для насъ, имѣло бы на каждой оси безконечное число точекъ, расположенныхъ въ из-

вѣстномъ порядкѣ, и не имѣло бы никакого порядка въ послѣдовательности между осями. Существо въ мірѣ, такъ устроенномъ, не могло бы отличить поворота отъ протяженія вдоль оси. Такимъ образомъ, скажемъ для примѣра, мы могли бы очутиться въ мірѣ безчисленныхъ измѣреній съ тремя произвольными точками на каждомъ изъ нихъ, точками, порядокъ которыхъ совершенно безразличенъ, или могли бы оказаться въ мірѣ съ тремя осями произвольной послѣдовательности съ безчисленнымъ количествомъ точекъ, расположенныхъ въ порядкѣ на каждой оси — и мы не могли бы отличить одинъ міръ отъ другого.

Взятый нами примѣръ не представляетъ собою ничего искусственнаго. Въ природѣ, дѣйствительно, существуетъ такого рода двойственность, которая намъ нужна для объясненія происхожденія порядка изъ безпорядка, — а именно, двойственность измѣренія и положенія. Назовемъ группою ту систему точекъ, которая остается неизмѣнною, какова бы ни происходила произвольная смѣна между ея составными частями. Мы замѣчаемъ, что группа необходимо включаетъ понятіе о двойственности; она не мыслима безъ двойственности.

Такимъ образомъ, по Канту основной элементъ опыта — это группа, а теорія группъ должна быть самымъ фундаментальнымъ отдѣломъ науки. Благодаря одному выраженію въ его критикѣ, выдвигаютъ иногда авторитетъ Канта противъ предположенія, принимающаго болѣе чѣмъ три измѣренія въ пространствѣ. Мнѣ кажется, однако, что, въ общемъ, тенденція его теоріи склоняется въ противоположномъ направленіи и указываетъ на полнѣйшее разобщеніе между измѣреніемъ и положеніемъ въ измѣреніи.

Если мы видимъ, что законъ и порядокъ вытекаютъ изъ условій сознательнаго опыта, то мы должны понимать природу какъ нѣчто самопроизвольное, независимое, неподчиненное никакимъ утвержденіямъ и измышленіямъ съ нашей стороны, а вмѣстѣ съ тѣмъ, какъ бы намъ ни представлялось это нѣчто, оно должно быть въ соотвѣтствіи съ нашей логикою.

Наша же логика — это пространственность въ широкомъ смыслѣ; это тотъ конечный результатъ подбора устойчиваго изъ неустойчиваго, постояннаго изъ измѣнчиваго, порядка изъ безпорядка, — подбора, совершающагося при помощи элементовъ группы и свойственной ей двойственности.

Мы ничего не можемъ утверждать относительно природы; мы можемъ только дѣлать свои заключенія относительно путей, ведущихъ къ постиженію природы. Мы можемъ только сказать, что всякій пріобрѣтаемый нами опытъ долженъ быть обусловленъ пространствомъ и подчиненъ нашей логикѣ. Такимъ образомъ, изучая геометрическія истины, начиная отъ самыхъ простѣйшихъ логическихъ отношеній до свойствъ пространства любого числа измѣреній, мы только наблюдаемъ самихъ себя, не упуская изъ виду условій, при которыхъ мы воспринимаемъ внѣшній міръ. Если оказывается, что изучаемыя нами явленія не могутъ быть объяснены при существованіи лишь того пространства, съ которымъ имѣемъ дѣло, то мы должны освоиться съ понятіемъ о высшемъ пространствѣ, для того, чтобы наша логика могла соотвѣтствовать предстоящей передъ нами задачѣ.

Итакъ мы возвращаемся къ тому же заключенію, къ которому раньше пришли путемъ опыта Если законы познаванія природы разумомъ имѣютъ своимъ объектомъ природу, разсматриваемую какъ совершенную случайность, не подчиненную никакому закону, за исключеніемъ закона, обусловливающаго процессъ подбора, то, быть можетъ, порядокъ вещей въ природѣ требуетъ иныхъ, особыхъ способностей отъ интеллекта для его постиженія. Быть можетъ начало и происхожденіе идей слѣдуетъ искать въ иной области, а не въ способности разсуждать.

Въ окончательномъ результатѣ, критика Канта имѣетъ въ виду вполнѣ предоставить обыкновеннаго человѣка самому себѣ, оправдывая занятое имъ практическое положеніе по отношенію къ природѣ и освобождая его отъ оковъ его собственныхъ мысленныхъ представленій.

Правдивость картины заключается въ производимомъ ею общемъ впечатлѣніи. Совершенно напрасно искать указаній на достоинство рисунка, если разсматривать только самыя, составляющія его краски. Точно также во всякой системѣ мысли только лишь совокупность цѣлаго приводитъ насъ къ познанію природы. Всѣ вообще измѣренія представляютъ собою нѣчто искусственное, но въ ихъ множественности мы улавливаемъ нѣкоторую жизнь природы.

Слѣдовательно, мы должны, — и въ этомъ, мнѣ кажется, состоитъ надлежащее практическое заключеніе по этому предмету, — мы должны приступить къ накопленію интеллектуальныхъ средствъ къ познаванію все большей и большей сложности какъ въ отношеніи числа измѣреній, такъ и въ оцѣнкѣ каждаго изъ нихъ. Такіе способы представленія должны быть, по необходимости, всегда искусственны, но въ множественности элементовъ, въ которыхъ намъ приходится разбираться, притомъ разбираться вначалѣ лишь ощупью, таится наша надежда на дѣйствительное постиженіе природы въ окончательномъ результатѣ.

Въ заключительной главѣ къ этой части книги я нѣсколько измѣню фигуры, служившія намъ для иллюстраціи теоріи Канта. Благодаря такому пріему, читателю представится возможность увидѣть четырехмѣрную фигуру, которая можетъ быть вычерчена безъ примѣненія какого-либо спеціальнаго прибора. Къ разсмотрѣнію послѣдняго я перейду въ свое время.

ГЛАВА X.

Четырехмѣрная фигура.

Приведенный въ предшествующей главѣ методъ иллюстраціи критики Канта доставляетъ замѣчательно легкій и точный способъ построенія цѣлаго ряда знаменательныхъ фигуръ въ любомъ количествѣ измѣреній.

Для того, чтобы представить себѣ наше пространство, житель плоскости, какъ мы видѣли, долженъ упразднить одну изъ своихъ осей и, подобнымъ же образомъ, мы должны упразднить одну изъ нашихъ трехъ осей, чтобы представить себѣ высшія формы.

Но существуетъ иной способъ такого упраздненія, который крайне упрощаетъ построеніе высшихъ формъ.

Обыкновенно мы можемъ отмѣтить на прямой линіи какое угодно количество положеній. Точно также число положеній въ пространствѣ безконечно, между тѣмъ какъ существуютъ только три измѣренія.

Я предлагаю отказаться отъ этой безконечности положеній и обсудить тѣ фигуры, какія мы получимъ, если возьмемъ лишь столько положеній, сколько имѣемъ измѣреній.

Такимъ образомъ я разсматриваю измѣренія и положенія какъ нѣчто принадлежащее къ двумъ категоріямъ и, примѣняя въ данномъ случаѣ обыкновенное правило сочетанія каждой единицы одной категоріи съ каждою единицею каждой другой категоріи, получаю рядъ фигуръ, весьма заслуживающихъ вниманія. Онѣ совершенно точно наполняютъ простран-

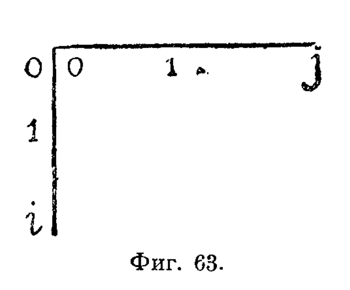
ство любого числа измѣреній (подобно тому какъ шестиугольникъ наполняетъ плоскую поверхность) путемъ одинаковыхъ повтореній самихъ себя.

Это можетъ быть выяснено болѣе наглядно посредствомъ слѣдующаго простого демонстрированія.

Разсмотримъ одно измѣреніе и одно положеніе и назовемъ ось *i*, а положеніе *o*.

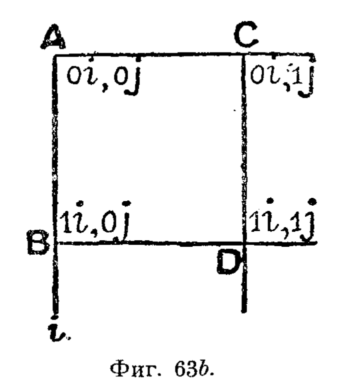
———————————————— i
o

Здѣсь фигуру составляетъ положеніе *o* на линіи *i*. Возьмемъ теперь два измѣренія и два положенія на каждомъ изъ нихъ.



Фиг. 63.

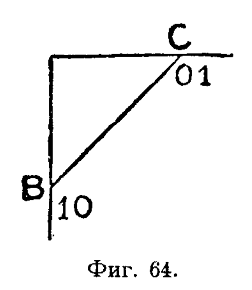
Въ данномъ случаѣ мы имѣемъ два положенія *o*, 1 на *i* и два положенія *o*, 1 на *j* фиг. 63. Это уже обусловливаетъ извѣстное усложненіе. Обѣ линіи *i* и *j* встрѣчаются въ положеніи, названномъ нами *o* на каждой изъ нихъ. Будемъ считать *i* за направленіе, начинающееся одинаково изъ каждаго положенія на *j*, а *j* за направленіе, начинающееся одинаково изъ каждаго положенія на *i*. Тогда мы получаемъ слѣдующую фигуру: — А есть и *oi* и *oj*, В есть 1*i* и *oj* и т. д. какъ показано на фиг. 63*b*. Всѣ положенія на АС представляютъ положенія *oi*. Мы, по желанію, можемъ ихъ считать точками, сливающимися съ линіею АС въ направленіи *i*. Такимъ образомъ линію АС можемъ называть линіею *oi*. Подобнымъ же образомъ точками на АВ будутъ тѣ, которыя расположены по линіи АВ въ направленіи *j*; мы можемъ ихъ назвать точками *oj*, а линію АВ — линіей *oj*. Линія CD можетъ быть названа линіей 1*j*,



Фиг. 63*b*.

потому что точки на ней отступаютъ въ направленіи j на разстояніе 1.

Слѣдовательно, мы имѣемъ четыре положенія или точки, поименованныя какъ выше показано; разсматривая же направленія и положенія въ качествѣ категорій, мы получаемъ сочетаніе двухъ категорій съ двумя категоріями. Теперь, подбирать каждую единицу одной категоріи съ каждою единицею каждой другой категоріи, это значитъ — брать 1 категоріи i съ o категоріи j; затѣмъ — брать o категоріи i съ 1 категоріи j.



Фиг. 64.

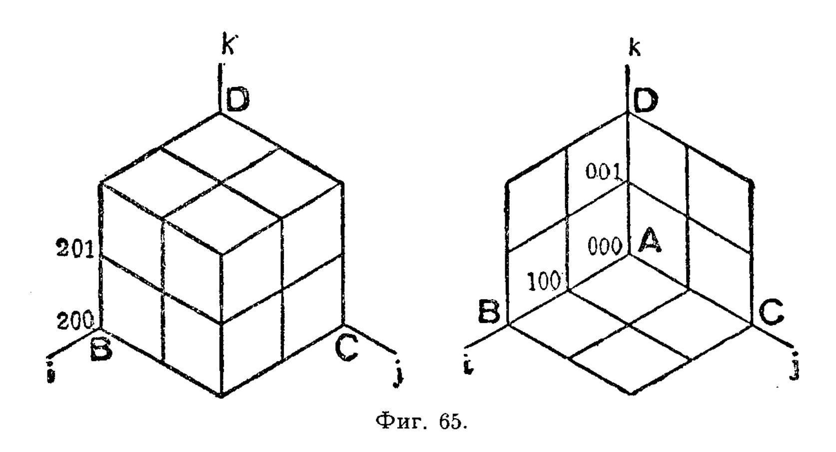
Такимъ образомъ мы получаемъ два положенія лежащія на на прямой линіи BC, фиг. 64. Мы можемъ назвать эту пару 10 и 01, если будемъ помнить, что слѣдуетъ прибавлять въ умѣ къ первому изъ этихъ символовъ i, а ко второму j; напримѣръ 01 представляетъ краткое выраженіе для $0i$, $1j$.

Обращаясь теперь къ нашему пространству, въ которомъ имѣются три измѣренія, мы должны взять три положенія въ каждомъ. Примемъ, что эти положенія будутъ на равныхъ разстояніяхъ вдоль каждой изъ осей. Эти три оси и три положенія на каждой изъ нихъ показаны на пояснительныхъ чертежахъ, фиг. 65. Первый изъ нихъ представляетъ переднія грани куба, а второй — заднія грани того же куба. Положенія назовемъ 0, 1, 2; оси — i, j, k. Возьмемъ основаніе ABC за исходную грань, отъ которой опредѣлимъ разстоянія въ направленіи k; слѣдовательно, каждая точка въ основаніи ABC будетъ представлять одно изъ положеній ok, основаніе же ABC можетъ быть названо поверхностью ok.

Подобнымъ же образомъ, отмѣряя разстоянія отъ грани ADC, мы видимъ, что каждое положеніе на грани ADC есть положеніе oi, а вся поверхность этой грани можетъ быть названа поверхностью oi. Итакъ мы усматриваемъ, что, со введеніемъ новаго измѣренія, значеніе составного символа, подобнаго «oi», измѣ-

няется. На плоскости подъ нимъ подразумѣвалась линія АС. Въ пространствѣ подъ нимъ подразумѣвается вся плоскость ACD.

Теперь очевидно, что мы получаемъ двадцать семь положеній съ присвоеннымъ каждому изъ нихъ наименованіемъ. Если читатель вникнетъ въ эту номенклатуру положеній, показанныхъ на чертежѣ, то онъ легко самъ опредѣлитъ названія каждому изъ двадцати семи положеній. Напримѣръ, точка А представляетъ *oi*, *oj*, *ok*. Она лежитъ на разстояніи 0 вдоль направленія *i*, на разстояніи 0 вдоль *j* и на



Фиг. 65.

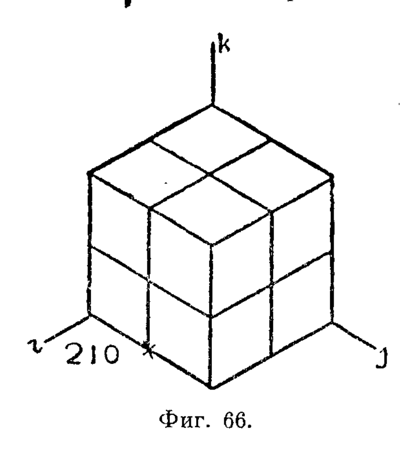
разстояніи 0 вдоль *k*, а потому можетъ быть кратко выражена — 000, причемъ здѣсь надо только понимать, что символы *i j k* опущены.

Точка, лежащая непосредственно выше А должна быть изображена — 001, потому что она не имѣетъ никакого разстоянія въ направленіяхъ *i* и *j* и имѣетъ разстояніе 1 въ направленіи *k*. Точка В находится на разстояніи 2 отъ точки А, или отъ плоскости ADC въ направленіи *i*, на разстояніи 0 въ направленіи *j* отъ плоскости ABD и на разстояніи 0 въ направленіи *k* отъ плоскости ABC, а слѣдовательно, она должна быть выражена — 200, вмѣсто того, чтобы ее писать 2*i*, 0*j*, 0*k*.

Теперь изъ этихъ двадцати семи сочетаній положенія и измѣренія подберемъ тѣ, которыя полу-

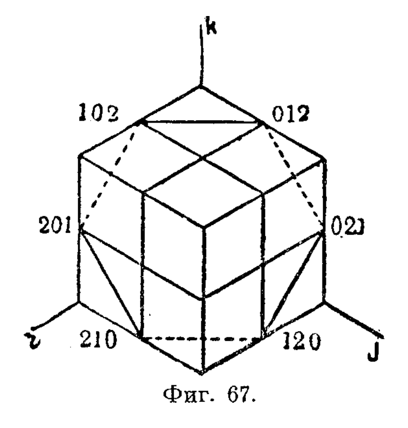
чаются согласно правилу — каждый одной категоріи съ каждымъ другимъ каждой другой категоріи.

Возьмемъ 2 (два) категоріи *i*. Въ данномъ случаѣ мы должны сюда присоединить 1 категоріи *j* и, слѣдуя правилу, можемъ еще взять 0 категоріи *k*, потому что если бы мы взяли что-нибудь иное изъ категоріи *k*, то этимъ мы бы только повторили одну изъ категорій, уже имѣющихся. Напримѣръ, если возьмемъ 2*i*, 1*j*, 1*k*, то 1 окажется повторно взятою. Получаемая нами точка отмѣчена на чертежѣ — 210 на фиг. 66.



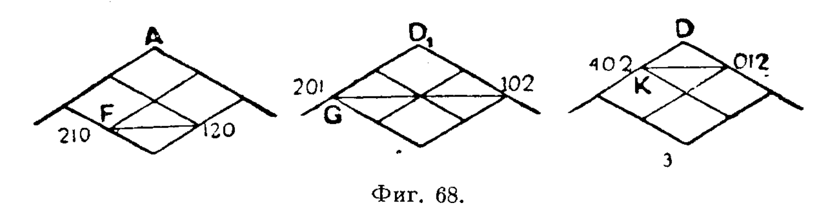
Фиг. 66.

Продолжая подобнымъ же образомъ, мы получаемъ группу точекъ, какъ показано на фиг. 67. Точки соединены линіями, а тамъ, гдѣ эти линіи скрываются за тѣломъ куба, онѣ обозначены пунктиромъ. Мы видимъ, что линіи образуютъ фигуру, шестиугольникъ, который можетъ быть переснятъ съ куба на плоскость. Это фигура, которая можетъ заполнить поверхность площади посредствомъ равныхъ повтореній самой себя. Житель плоскости, чтобы представить себѣ это построеніе въ своей плоскости, взялъ бы три квадрата для изображенія куба. Предположимъ, что онъ имѣетъ оси *ij* въ своемъ пространствѣ и что *k* представляетъ ось, уходящую изъ его пространства, фиг. 68. На каждомъ изъ этихъ трехъ, показанныхъ здѣсь квадратахъ, отдѣльно вычерченныхъ, онъ могъ бы выбрать точки, указанныя



Фиг. 67.

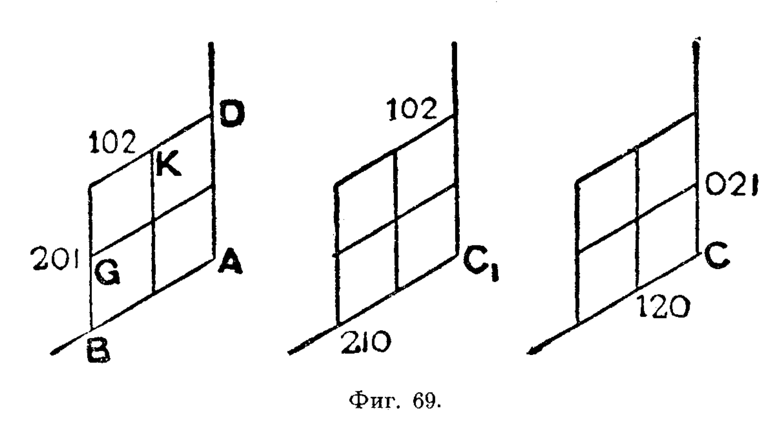
вышеупомянутымъ правиломъ, и ему оставалось бы только усмотрѣть фигуру, опредѣляемую тремя проведенными линіями. Линія отъ 210 до 120 дана на чертежѣ; но линія отъ 201 до 102, или GK, не дана. Онъ можетъ опредѣлить линію GK, сдѣлавъ другой



Фиг. 68.

рядъ чертежей и выяснивъ по нимъ существующее отношеніе между ея двумя концами.

Пусть онъ начертитъ оси *i* и *k* въ своей плоскости, фиг. 69. Тогда ось *j* выпадаетъ и онъ получаетъ соотвѣтственный чертежъ. На первомъ изъ этихъ трехъ квадратовъ, фиг. 69, онъ можетъ найти, руководясь вышеизложеннымъ правиломъ, двѣ точки 201, 102 — G и K. Здѣсь они получаются на одной и



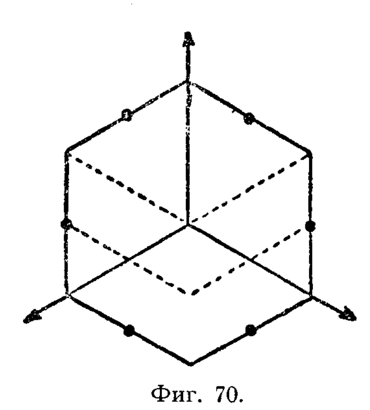
Фиг. 69.

той же плоскости, почему онъ въ состояніи измѣрить разстояніе между ними, между тѣмъ, какъ на фиг. 68 эти точки G и K получались на особыхъ квадратахъ.

Такимъ образомъ, житель плоскости нашелъ бы, что концы каждой линіи отстоятъ другъ отъ друга

на длину дiагонали единичнаго квадрата и могъ бы тогда размѣстить три линiи въ правильномъ соотносительномъ ихъ положенiи. Соединивъ ихъ между собою, онъ получилъ бы очертанiе шестиугольника.

Мы можемъ отмѣтить также, что житель плоскости въ состоянiи былъ бы представить себѣ весь кубъ одновременно. Три квадрата, показанные въ перспективѣ на фиг. 70, лежатъ всѣ въ одной плоскости и на нихъ житель плоскости могъ бы сдѣлать необходимый подборъ точекъ совершенно такъ же, какъ и на трехъ отдѣльныхъ квадратахъ. Онъ получилъ бы шестиугольникъ, соединивъ отмѣченныя точки. На чертежѣ этотъ шестиугольникъ представляетъ правильную форму, но онъ не былъ бы такимъ, если бы взять дѣйствительные квадраты, а не въ перспективѣ, такъ какъ отношенiе между отдѣльными ные квадраты, такъ какъ отношенiе между отдѣльными квадратами, показанными на плоскости, не соотвѣтствуетъ ихъ дѣйствительному соотношенiю. Однако, вся фигура, такимъ образомъ построенная, дала бы ему нѣкоторое представленiе о правильной фигурѣ и онъ могъ бы опредѣлить ее точно, имѣя въ виду, что, при переходѣ отъ одного квадрата къ другому, слѣдуетъ принимать во вниманiе ихъ протяженность въ третьемъ измѣренiи.



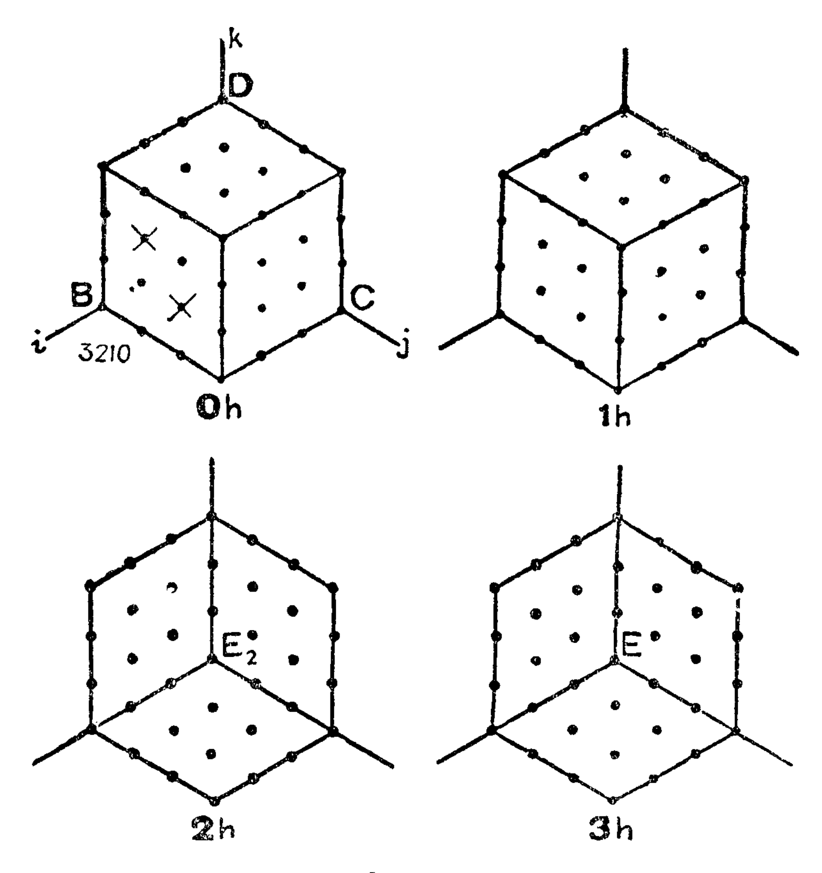
Фиг. 70.

Обратимся теперь къ построенiю фигуры, составленной, согласно нашему правилу, путемъ выбора изъ всей массы точекъ, получающихся при четырехъ осяхъ и при четырехъ положенiяхъ на каждой изъ осей. Но прежде всего мы должны начертить сборную фигуру, въ которой показаны всѣ эти точки.

Мы можемъ изобразить собранiе этихъ точекъ при помощи четырехъ фигуръ. Первая изъ нихъ дастъ всѣ тѣ положенiя, которыя находятся на 0 разстоянiи отъ нашего пространства въ четвертомъ

измѣреніи; вторая покажетъ всѣ тѣ положенія, которыя находятся на 1 разстояніи и т. д.

Каждая изъ этихъ фигуръ будетъ кубомъ. На первыхъ двухъ изображены лицевыя грани, на вторыхъ двухъ — заднія грани кубовъ. Мы отмѣтимъ точки 0, 1, 2, 3, разставляя ихъ на такихъ именно



Фиг. 71.

разстояніяхъ вдоль каждой изъ осей; затѣмъ предположимъ, что всѣ эти точки соотвѣтствуютъ точкамъ на высшемъ кубическомъ тѣлѣ, нѣкоторымъ изображеніемъ котораго служитъ нашъ чертежъ на фиг. 71. Здѣсь мы замѣтимъ, что подобно тому, какъ на плоскости подразумѣвалась подъ $0i$ вся линія, отъ

которой измѣрялись разстоянія въ направленіи i и подобно тому, какъ въ пространствѣ подъ $0i$ подразумѣвается вся плоскость, отъ которой измѣряются разстоянія въ направленіи i, такъ теперь подъ $0h$ подразумѣвается все пространство, въ которомъ расположенъ первый кубъ и отъ котораго отмѣривается разстояніе въ направленіи второго куба.

Приступая, согласно правилу, къ подбору каждаго одной категоріи съ каждымъ другимъ каждой другой категоріи, мы должны взять, напримѣръ, $3i$, $2j$, $1k$, $0h$. Эта точка 3210 соотвѣтствуетъ той точкѣ, которая отмѣчена на чертежѣ нижней звѣздочкой. Она расположена на разстояніи 3 въ направленіи i, 2 въ направленіи j, 1 въ направленіи k и 0 въ направленіи h.

Съ $3i$ мы должны также взять $1j$, $2k$, $0h$. Эта точка показана второю звѣздочкою на кубѣ $0h$.

Такъ какъ въ первомъ кубѣ всѣ точки являются $0h$, то видоизмѣненія мы можемъ получить лишь i, j, k, сопровождаемыя 3, 2, 1.

На чертежѣ, фиг. 72, отмѣчены опредѣленныя точки и проведены линіи, соединяющія смежныя пары точекъ на каждой фигурѣ. Линіи, на первыхъ двухъ діаграммахъ, проходящія внутри вещества куба, обозначены пунктиромъ.

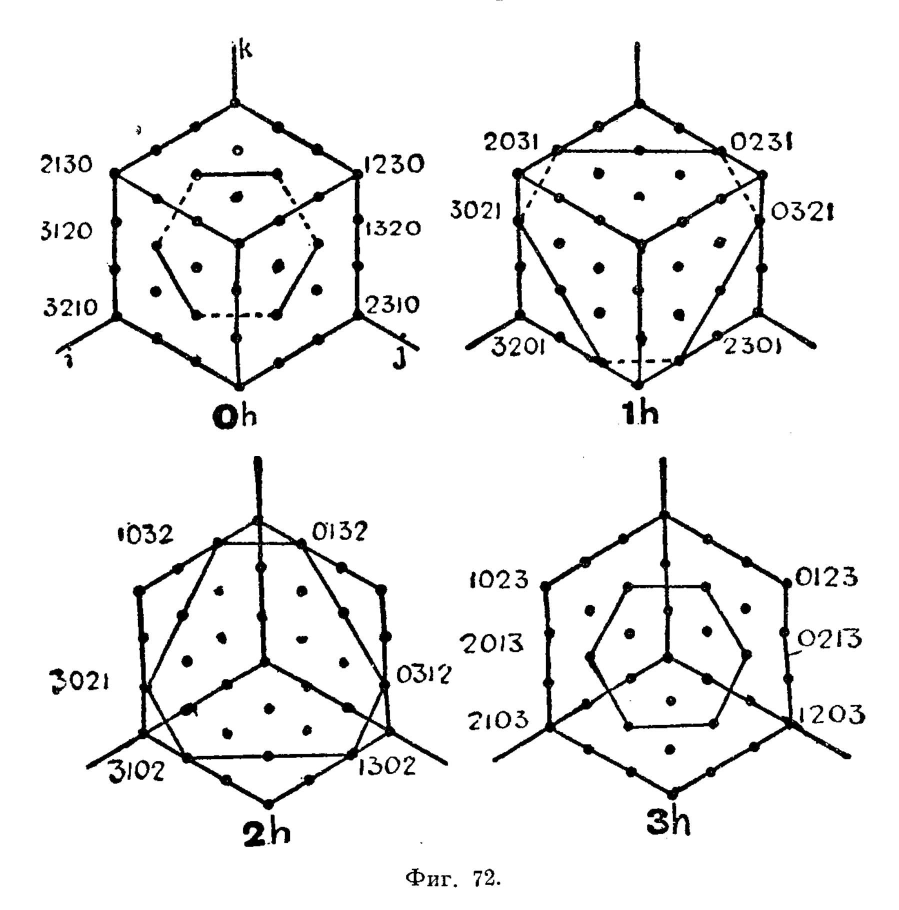
Противъ каждой точки, по одну или по другую сторону каждаго куба, написано ея названіе. Слѣдуетъ обратить вниманіе, что фигуры симметричны справа и слѣва, и что оба, правый и лѣвый нумера, просто, какъ будто, перестановлены.

Спрашивается теперь, какую фигуру составятъ въ совокупности избранныя нами точки, если ихъ сложить всѣ вмѣстѣ въ соотвѣтственныхъ положеніяхъ?

Чтобы рѣшить эту задачу, мы должны опредѣлить разстояніе между соотвѣтственными углами отдѣльныхъ шестиугольниковъ.

Для этого удержимъ въ нашемъ пространствѣ оси i и j, а вмѣсто оси k начертимъ ось h, дозволивъ выпасть оси k въ четвертомъ измѣреніи, фиг. 73.

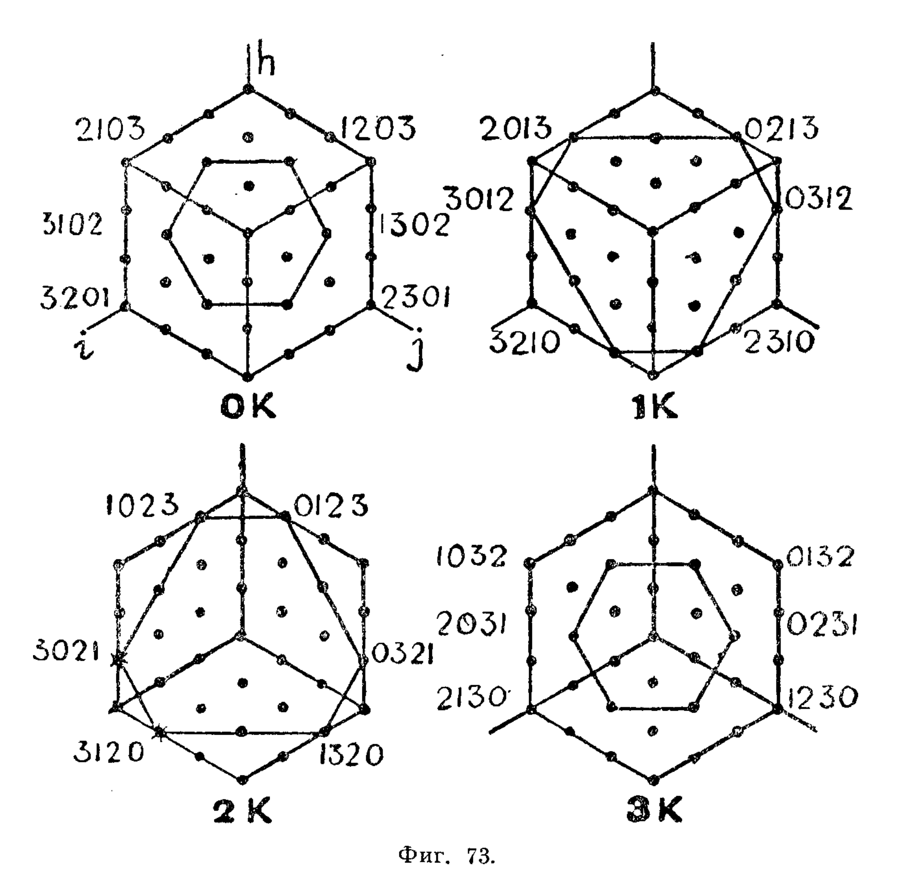
Здѣсь мы опять имѣемъ четыре куба, въ первомъ изъ которыхъ всѣ точки являются точками $0k$, т. е. точками, расположенными въ нулевомъ разстояніи въ направленіи k отъ трехмѣрнаго пространства, опредѣляемаго осями i, j, h. Мы получаемъ всѣ точки, подобранныя раньше; нѣкоторыя же изъ разстояній,



Фиг. 72.

которыя на послѣдней діаграммѣ приходилось искать на разныхъ фигурахъ, здѣсь показаны на одной и той же фигурѣ и, такимъ образомъ, эти разстоянія поддаются теперь измѣренію. Возьмите, напримѣръ, точки 3120 и 3021, которыя на первой діаграммѣ (фиг. 72) лежатъ на первой и на второй фигурахъ. Ихъ дѣйствительное соотношеніе показано на фиг. 73,

на кубѣ, обозначенномъ $2k$, гдѣ упомянутыя точки отмѣчены звѣздочками. Мы видимъ, что разстояніе между ними составляетъ діагональ квадрата единицы. Подобнымъ же образомъ мы находимъ, что разстояніе между соотвѣтственными точками двухъ любыхъ шестиугольныхъ фигуръ есть діагональ единичнаго



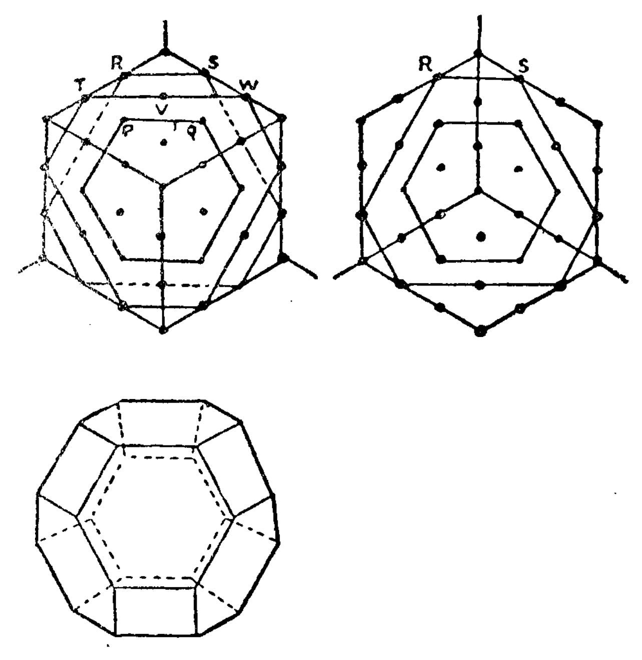
Фиг. 73.

квадрата. Теперь и вся фигура можетъ быть легко построена. Идею о такой фигурѣ можно себѣ составить, соединивъ всѣ четыре куба въ одну составную фигуру (фиг. 74). Эти кубы представляютъ точное повтореніе другъ друга, настолько одинъ чертежъ служитъ воспроизведеніемъ цѣлыхъ серій чертежей, при условіи если только будемъ помнить, откуда мы извлекали нужныя точки, т. е. изъ фигуры

0*h*, или изъ 1*h*, 2*h*, 3*h*. Фиг. 74 представляетъ всѣ сборные кубы, совмѣщенные въ одинъ кубъ. Для ясности лицевыя и заднія грани этого куба представлены отдѣльно.

Фигура, опредѣляющаяся этими избранными точками, показана внизу на фиг. 74.

При складываніи вмѣстѣ отдѣльныхъ сѣченій, нѣкоторыя изъ ихъ очертаній исчезаютъ. Напримѣръ, линія TW становится ненужною.

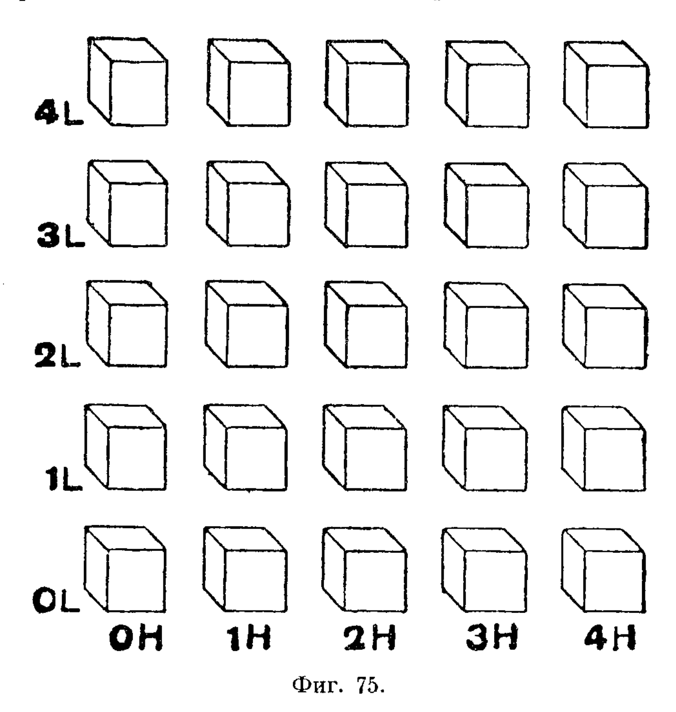


Фиг. 74.

Обратите вниманіе, что линіи PQTW и TWRS составляютъ каждая половину шестиугольника. QV и VR лежатъ на одной прямой линіи. Слѣдовательно, эти два шестиугольника подобны и образуютъ одинъ шестиугольникъ; линія же TW нужна только тогда, когда мы разсматриваемъ сѣченіе всей фигуры. Такимъ образомъ у насъ получается тѣло, изображенное въ нижней части фиг. 74. Равныя повторенія такого тѣла, называемаго четырнадцатигранникомъ (tetrakaidecagon) выполняютъ трехмѣрное пространство.

Чтобы получить соотвѣтственную четырехмѣрную фигуру, мы должны взять пять осей, взаимно перпендикулярныхъ, съ пятью точками на каждой оси. Перечень положенiй, опредѣляющихся въ пятимѣрномъ пространствѣ, можетъ быть найденъ слѣдующимъ образомъ.

Возьмите кубъ съ пятью точками на каждой изъ его осей; пятая точка будетъ на разстоянiи четырехъ единицъ длины отъ первой точки, находя-



Фиг. 75.

щейся на каждой изъ осей. А такъ какъ четвертое измѣренiе также простирается на разстоянiе четырехъ, то для изображенiя послѣдовательныхъ рядовъ точекъ на разстоянiяхъ 0, 1, 2, 3, 4 въ четвертыхъ измѣренiяхъ намъ понадобится пять кубовъ. Всѣ они не простираются ни на какое разстоянiе въ пятомъ измѣренiи. Чтобы изобразить то, что лежитъ въ пятомъ измѣренiи, намъ слѣдуетъ начертить, начиная отъ каждаго изъ нашихъ кубовъ, пять подобныхъ же кубовъ, изображающихъ четыре стадiи въ пятомъ

измѣреніи. Совокупностью этихъ кубовъ мы достигаемъ возможности сдѣлать перечень всѣхъ точекъ, показанныхъ на фиг. 75, гдѣ L представляетъ пятое измѣреніе.

Теперь, какъ мы это и раньше видѣли, ничто намъ не мѣшаетъ проектировать всѣ кубы, представляющіе разныя стадіи въ четвертомъ измѣреніи, въ одну фигуру, коль скоро, глядя на нее, не будемъ упускать изъ виду въ качествѣ какого куба ее разсматриваемъ, т. е. въ качествѣ ли куба $0h$, или $1h$, или $2h$ и т. д. Проектируя, затѣмъ, въ одну фигуру кубы каждаго изъ рядовъ, отдѣльно $0h$, $1h$, $2h$, $3h$, $4h$, мы получаемъ пять кубовъ, стороны каждаго изъ которыхъ содержатъ пять положеній; первый изъ этихъ пяти кубовъ изображаетъ точки $0l$ и заключаетъ въ ихъ числѣ точки i отъ 0 до 4, точки j отъ 0 до 4 и точки k отъ 0 до 4. Намъ остается только поименовать, что такая-то фигура представляетъ собраніе кубовъ $0h$, или $1h$, $2h$, $3h$, $4h$. На фиг. 76 каждый кубъ изображенъ посредствомъ двухъ чертежей, при чемъ первый изъ нихъ соотвѣтствуетъ лицевой части куба, а второй — задней части куба.

Итакъ, расположимъ передъ собою пять нашихъ кубовъ и сдѣлаемъ выборку, согласно принятому нами правилу. Возьмемъ первую фигуру, въ которой всѣ точки являются точками $0l$. Мы не можемъ взять 0 съ какою-либо другою буквою. Слѣдовательно, удерживая первую фигуру, представляющую положенія $0l$, возьмемъ прежде всего тѣ собранія точекъ, которыя содержатъ въ себѣ непремѣнно $1h$. Мы предполагаемъ, слѣдовательно, что первый кубъ есть кубъ $1h$ и, что въ немъ мы беремъ i, j, k въ сочетаніи съ 4, 3 и 2, согласно правилу.

Получаемая нами фигура представляетъ шестиугольникъ, какъ показано на чертежѣ. Точки по правую сторону составляютъ тѣ же фигуры, что и по лѣвую сторону и обмѣниваются лишь первыми двумя числовыми знаками. Предположимъ, что слѣдующій кубъ, сохраняя положенія $0l$, представляетъ сѣченія на разстояніи 2 въ направленіи h, а слѣдовательно,

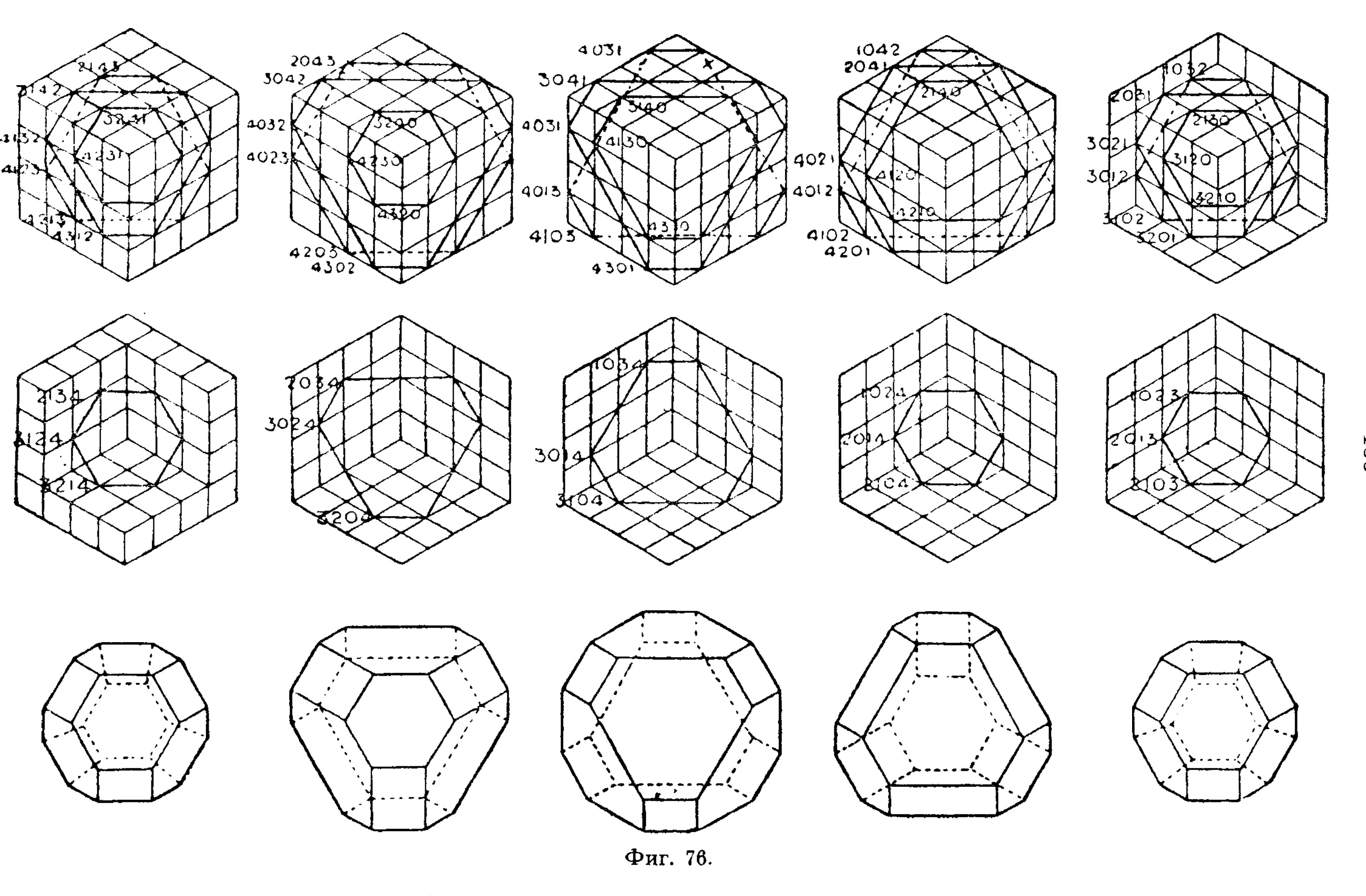
всѣ точки будутъ разсматриваться какъ точки $2h$. Мы получаемъ тогда область $0l$, $2h$ и имѣемъ сочетанія i, j, k съ 4, 3, 1. И опять, согласно съ правиломъ, намъ надлежитъ выбрать всѣ такія точки, какъ $4i$, $3j$, $1k$.

Онѣ показаны на чертежѣ и, руководствуясь ими, мы легко можемъ вычертить второй шестиугольникъ. Слѣдуя дальше по этому пути, можно видѣть, что на каждой изъ пяти фигуръ получается рядъ шестиугольниковъ, которые, будучи сложены вмѣстѣ, образуютъ трехмѣрную фигуру въ родѣ четырнадцатигранника.

Эти отдѣльныя фигуры представляютъ послѣдовательныя стадіи, посредствомъ которыхъ можно постичь все четырехмѣрное тѣло, въ коемъ онѣ группируются въ одно стройное цѣлое.

Первая фигура и послѣдняя изображаютъ четырнадцатигранники. Это два кубическія (трехмѣрныя) ограниченія фигуры. Другія кубическія ограниченія могутъ быть легко установлены. Нѣкоторыя изъ нихъ проходятъ отъ одной грани фигуры до соотвѣтствующей грани смежной фигуры, какъ, напримѣръ, тѣло, которое простирается отъ шестиугольнаго основанія первой фигуры до одинаковаго шестиугольнаго основанія второй фигуры. Такого рода ограниченіе представляетъ шестиугольную призму. Шестиугольная призма встрѣчается также и въ другихъ частныхъ случаяхъ, какъ, напримѣръ, въ квадратѣ у основанія первой фигуры, въ прямоугольникѣ у основанія второй фигуры и въ квадратѣ у основанія третьей фигуры.

И иныя кубическія ограниченія могутъ быть усмотрѣны въ четырехъ изъ этихъ пяти фигуръ. Такъ, имѣя шестиугольникъ на вершинѣ первой фигуры, находимъ на слѣдующей фигурѣ тоже шестиугольникъ, стороны котораго поперемѣнно нѣсколько удлинены. Вершина третьей фигуры также шестиугольникъ съ другимъ рядомъ чередованія удлиненныхъ сторонъ, и, наконецъ, въ четвертой фигурѣ видимъ правильный шестиугольникъ.


2043
3042
4032
4023
4320
4203
4302
4031
3041
3140
4031
4130
4013
4103
4310
4301
1042
2041
2140
4021
4012
4120
4210
4102
4201
1032
2031
2130
3021
3120
3012
3210
3102
3201
2134
3124
3214
2034
3024
3204
1034
3014
3104
1024
2014
2104
1023
2013
2103

Фиг. 76.

Эти четыре сѣченія представляютъ сѣченія четырнадцатиугольника, что можетъ быть усмотрѣно и изъ тѣхъ сѣченій этой фигуры, съ которыми мы познакомились раньше. Итакъ, существуютъ двухъ родовъ ограниченія: шестиугольныя призмы и четырнадцатигранники.

Эти-то четырехмѣрныя фигуры совершенно выполняютъ четырехмѣрное пространство при одинаковомъ повтореніи ихъ самихъ.

ЭРА НОВОЙ МЫСЛИ.

О воспитаніи воображенія.

Что такое — воображеніе?

Предлагалось множество опредѣленій этой таинственной способности, посредствомъ которой міръ взвѣшивается и уравновѣшивается въ нашей мысли; посредствомъ которой реальность, такъ сказать, плавится и перековывается въ формы болѣе родственныя нашему уму. Благодаря этой способности нашъ интеллектъ предъявляетъ свои права на главенство, возводитъ себя въ законодатели и судьи, достигаетъ понятія о высшемъ идеалѣ и собирается вырваться изъ оковъ низшихъ условій жизни. Мы знаемъ, также, что и въ примѣненіи къ наукамъ эта способность полезна; что при ея содѣйствіи дѣлаются величайшія открытія и что вообще ея помощь намъ необходима, если желаемъ внести свѣтъ въ потемки, окружающія островокъ нашего знанія.

Но, не упуская случая пользоваться этой способностью, мы, вмѣстѣ съ тѣмъ, должны серьезно остерегаться злоупотреблять ею. Поскольку она ведетъ къ доблестнѣйшимъ подвигамъ, если покоится на строгомъ научномъ базисѣ и точномъ наблюденіи, постольку же она является опаснѣйшимъ спутникомъ, коль скоро мы исходимъ изъ неправильныхъ посылокъ и сомнительныхъ истинъ. — Здѣсь, однако, мы встрѣчаемся съ такою дилеммою: или намъ слѣдуетъ усыплять воображеніе, пока не достигнуты нѣкоторыя высоты въ извѣстной отрасли знанія, пока не найденъ еще путемъ опыта и продолжительной дисциплины извѣстный критеріумъ истины; или слѣдуетъ включить эту

способность въ число прочихъ способностей, подлежащихъ научному воспитанію.

Въ первомъ случаѣ воображеніе можетъ атрофироваться, если оно похоже на прочія наши способности. При чемъ если бы даже впослѣдствіи дѣятельность воображенія и поощрялась, то полетъ его оказался бы лишь слабымъ вспархиваніемъ подъ бременемъ всей тяжести знанія. Да и существуетъ-ли вообще такой родъ дисциплины, при которомъ сдерживаемая способность могла бы культивироваться научнымъ путемъ такимъ образомъ, чтобы, когда возникнутъ надлежащія условія для пользованія ею, она бодро принималась за дѣло, исполненная сильной, свойственной ей жизнью.

Во второмъ случаѣ каждый шагъ въ воспитаніи былъ бы упражненіемъ для способности, являющейся столь великою пособницею въ важнѣйшихъ дѣлахъ; и вмѣстѣ съ тѣмъ каждая небольшая частица обычныхъ ея проявленій должна была бы носить тотъ же характеръ, какъ и ея проявленія величайшаго значенія.

Чтобы рѣшить эту дилемму, педагогъ-практикъ долженъ себѣ выяснить, какую именно способность онъ понимаетъ подъ именемъ воображенія.

Чѣмъ болѣе механизмъ чувствъ становится намъ понятнымъ, тѣмъ болѣе подтверждается, что процессъ чувствованія заключается въ переносѣ физическаго измѣненія въ наблюдаемомъ объектѣ на соотвѣтствующій органъ чувствъ. Напримѣръ, актъ зрѣнія, насколько это удается прослѣдить, заключается въ воспроизведеніи на сѣтчатой оболочкѣ глаза, при помощи химическихъ реакцій, тѣхъ оттѣнковъ свѣта и цвѣтнымъ нѣжнымъ волокнамъ во внутренней полости слушаете игру на роялѣ, вибраціи струнъ передаются цвѣтнымъ нѣжнымъ волокнамъ во внутренней полости уха. Если же прослѣдить процессъ чувствованія дальше, то можно найти, что онъ состоитъ въ измѣненіяхъ строенія мозга.

Тѣ же измѣненія въ строеніи, какія соотвѣтствуютъ возбужденію, происходящему отъ дѣйстви-

тельнаго внѣшняго предмета, устанавливаются въ нѣкоторой части чувствительнаго нерва и въ случаяхъ галлюцинаціи. Такъ какъ не производилось опытовъ надъ животными, подверженными галлюцинаціи, то невозможно сказать, слѣдуетъ ли искать измѣненія, обусловливаемыя внутренними причинами, на сѣтчатой оболочкѣ, или они кроются въ самомъ мозгу. Но что такія измѣненія въ структурѣ могутъ быть прозводимы, это составляетъ очень важный фактъ, такъ какъ именно въ немъ лежитъ причина памяти. Способность воображенія, какъ это полезно установить съ воспитательной точки зрѣнія, тѣсно связана со способностью памяти. И на самомъ дѣлѣ существуетъ простой аппаратъ, часто употребляемый при физическихъ опытахъ, который настолько точно воспроизводитъ дѣйствіе способности воображенія, что о немъ слѣдуетъ упомянуть.

Кусокъ стекла ставится въ наклонномъ положеніи на пути лучей свѣта, излучаемыхъ какимъ-либо отдаленнымъ предметомъ. Тогда глазъ, при взглядѣ на предметъ черезъ стекло, видитъ его, но такъ же воспринимаетъ отраженіе въ стеклѣ предметовъ, расположенныхъ со стороны наблюдателя. Отраженные лучи отъ того и отъ другого попадаютъ въ глазъ въ одно и то же время, а, измѣняя положеніе и наклонъ стекла, наблюдатель можетъ навести отраженіе одного предмета на отраженіе другого и заставить ихъ какъ бы слиться другъ съ другомъ; или же привести различные линіи и цвѣта въ точное соотношеніе.

Такимъ же образомъ, воображеніе, дѣйствуя на воспріятія внѣшняго міра, помогаетъ художнику ясно представлять себѣ, какой видъ будетъ имѣть его картина, если онъ проведетъ мазокъ новаго цвѣта или введетъ новыя формы.

Съ другой стороны воображеніе, дѣйствуя на образы, вызванные изъ внутренняго міра памяти, даетъ возможность ученому переставлять и комбинировать представленія, хранящіяся въ лабораторіи его мозга, пока онъ не найдетъ сопоставленія, которое по его мнѣнію стоитъ подвергнуть опыту. Очень вѣроятно,

что въ обоихъ случаяхъ критерій вкуса или сужденій найденъ отрицательнымъ путемъ и выведенъ изъ личнаго и наслѣдственнаго опыта, послѣ ряда комбинацій, оказавшихся неудачными. Это то чувство, которое Фарадей опредѣляетъ какъ «обладаніе ясной идеей физически возможнаго»; знакомство же съ его замѣтками, относящимися къ его опытамъ, должно убѣдить читателя въ отсутствіи какого-либо особаго порядка для научныхъ умозрѣній, по крайней мѣрѣ въ его случаѣ.

Но въ наукѣ этотъ выводъ отъ противнаго не всегда можетъ быть примѣнимымъ, такъ какъ, благодаря несовершенной природѣ существующихъ въ нашемъ мозгу представленій о внѣшнихъ предметахъ, извѣстное сочетаніе ихъ отвергается часто какъ безплодное, тогда какъ болѣе смѣлый и настойчивый изслѣдователь находитъ, что оно-то именно и ведетъ къ цѣннымъ результатамъ. Такъ, напримѣръ, говорятъ, что есть люди, различающіе въ темнотѣ магнитъ по излучаемому имъ характерному свѣту. Но въ такомъ случаѣ магнитъ долженъ реагировать и на фотографическую пластинку, что, какъ будто-бы, противорѣчитъ нашему понятію о физическихъ возможностяхъ. Однако, опытъ показываетъ, что это дѣйствительно такъ. Магнитъ, положенный вблизи фотографической пластинки, оставляетъ на ней свое изображеніе. Дальнѣйшіе опыты показываютъ, что не только магнитъ, но всякое другое тѣло такъ же оставляетъ свое изображеніе на пластинкѣ. Этотъ фактъ, какъ онъ ни поразителенъ, тѣмъ не менѣе не новъ, и наблюдался съ давнихъ поръ на дагерротипныхъ пластинкахъ.

Можно привести множество подобныхъ примѣровъ въ наукѣ, и само собой напрашивается заключеніе, что научное умозрѣніе — это есть слѣдованіе по тому пути, по которому въ настоящее время подвигается наше знаніе физической природы, т. е. такое умозрѣніе представляетъ какъ бы касательную къ той кривой которую описываетъ наше знаніе, — кривой, часто круто измѣняющей свое направленіе. Такимъ образомъ въ естественномъ подборѣ идей, существуетъ

только одинъ критерій: «Подойдетъ ли это?» Но можно съ увѣренностью сказать что гдѣ-нибудь должна быть положительная основа идей; онѣ не могутъ родиться изъ ничего. Безъ сомнѣнія, каждое новое построеніе должно развиваться изъ существующихъ формъ, и каждая идея должна вытекать изъ другихъ, уже имѣющихся идей. Это отношеніе идей между собой познается сознаніемъ какъ аналогія. И мы видимъ, такимъ образомъ, что воображеніе, заключающееся въ воспроизведеніи образовъ и ихъ сопоставленіи, есть необходимый факторъ въ процессѣ мышленія, потому что безъ сопоставленія или противоположенія были бы невозможны и аналогіи.

Эти обобщенія могутъ показаться безцѣльными, но они указываютъ, по крайней мѣрѣ, *возможный* методъ развитія всѣхъ способностей, не выходя изъ предѣловъ науки; они указываютъ тотъ планъ, благодаря которому детали науки могутъ быть отчетливо и графически представлены и въ то же время надежно удержаны въ памяти.

Не дисциплинированное пользованіе воображеніемъ обыкновенно соединяется съ безтолковой и безпорядочной работой. Горячо принимаясь за изслѣдованіе всѣхъ областей божескихъ и человѣческихъ, люди съ недисциплинированнымъ воображеніемъ охладѣваютъ какъ только сорваны первые наиболѣе доступные плоды.

Но это не такъ съ людьми умѣло пользующимися воображеніемъ. У нихъ мы находимъ необыкновенную ясность и опредѣленность концепцій и — во всякомъ случаѣ, въ латинскихъ расахъ — чрезвычайную опредѣленность формъ. Такъ, напримѣръ, каждый стихъ Данте какъ будто вызываетъ видимые образы и формы.

И если мы припомнимъ опытъ (со стекломъ поставленнымъ на пути луча свѣта), приведенный выше, мы увидимъ, что это приспособленіе имѣетъ цѣлью дать возможность наиболѣе точнаго сравненія и измѣренія.

Слѣдовательно, воображеніе по самой своей природѣ точно и опредѣленно. Неопредѣленность же и нерѣшительность, которыя характеризуютъ собой многія изъ несомнѣнныхъ тяжелыхъ усилій воображенія въ настоящее время, происходитъ отъ того, что эта способность недостаточно тренирована для своей задачи и потому терпитъ пораженіе въ самомъ началѣ. Вмѣсто того, чтобы пахать землю, воображеніе стремится раздвинуть наиболѣе древнія межи. Что же удивительнаго въ томъ, что оно потерпитъ пораженіе на первыхъ же шагахъ и только произведетъ впечатлѣніе неустойчивости и нерѣшительности.

Гёте въ своемъ «Farbenlehre» говоритъ намъ, что когда онъ, занимаясь изученіемъ растеній, закрывалъ глаза, то передъ нимъ появлялись образы цвѣтовъ совершенно ясно во всѣхъ подробностяхъ и располагались въ формѣ розетокъ или другихъ правильныхъ фигуръ.

Возможно, что подобно тому какъ зрительное представленіе о какомъ-либо предметѣ можно вызвать путемъ воображенія, точно такъ же можно вызвать путемъ воображенія и ощущеніе прикосновенія. Я производилъ много опытовъ съ этой цѣлью, но не достигъ особенныхъ результатовъ, кромѣ слабыхъ намековъ на подобную возможность. Съ этой точки зрѣнія можетъ быть полезно изслѣдовать тѣ необыкновенныя явленія, которыя, по разсказамъ, способны вызвать такъ называемые медіумы, и постараться узнать, не связаны ли они съ особой организаціей мозга несравненно большей чуткости и воспріимчивости въ этомъ отношеніи, чѣмъ у обыкновенныхъ людей. Если бы это было такъ, то представлялось бы весьма труднымъ установить предѣлъ тѣхъ возможностей, которыхъ могли бы достигнуть эти лица, если бъ ихъ сила была дисциплинирована и подчинена ихъ волѣ.

Преимущества систематическаго воспитанія силы воображенія очевидны съ моральной точки зрѣнія. Матеріальный прогрессъ состоитъ въ увеличеніи власти человѣка надъ внѣшнимъ міромъ. Интеллектуальное же воспитаніе заключается въ расширеніи и въ под-

чиненіи волѣ человѣка его внутренняго, воспроизведеннаго міра, или міра идей.

Человѣкъ, привыкшій вызывать по желанію тѣ или другіе образы, какъ бы ни было сильно его воображеніе и даже именно благодаря силѣ своего воображенія, будетъ менѣе всякаго другого зависѣть отъ минутныхъ настроеній.

Опредѣливъ такимъ образомъ воображеніе, мы видимъ, что существуетъ много путей для воспитанія этой способности. Одинъ изъ прекрасныхъ методовъ развитія воображенія, это зарисованіе предметовъ по памяти, но для того, чтобы воображеніе принесло свою пользу, оно должно быть вполнѣ освоеннымъ съ кубическими, т. е. трехмѣрными тѣлами. Это насъ приводитъ къ мысли поощрять дѣтей къ лѣпнымъ работамъ по памяти.

Но такъ какъ воображеніе, какъ мы его понимаемъ, слѣдуетъ развивать для того, чтобы оно служило помощникомъ мысли, то оба эти метода оказываются не вполнѣ совершенными, потому что даже въ наипростѣйшей формѣ или контурѣ, взятыхъ непосредственно изъ природы, заключается гораздо больше, чѣмъ можетъ охватить мысль. Чтобы воображеніе стало полезнымъ, мы должны перейти на низшую плоскость. Точность и совершенство, столь необходимыя въ этомъ дѣлѣ, внушаютъ мысль о математикѣ.

И только какъ бы въ единеніи пластическаго искусства и математики мы достигаемъ наилучшихъ результатовъ.

Однако, остановившись на математикѣ, мы сейчасъ же сталкиваемся съ тѣми же затрудненіями, какія встрѣчались въ случаѣ съ рисованіемъ, т. е., чтобы воображеніе принесло свою долю пользы, оно должно быть вполнѣ освоеннымъ съ трехмѣрными тѣлами.

Математика же, какъ извѣстно всѣмъ математикамъ, преимущественно посвящена изученію трехмѣрныхъ формъ; но эта область трехмѣрной геометріи отдѣлена отъ учащагося цѣлымъ міромъ пу-

стыхъ тонкостей, внесеннымъ многими поколѣніями интеллектуальныхъ гигантовъ и ихъ послѣдователей.

Слѣдовательно, наша задача состоитъ въ томъ, чтобы найти болѣе жизненное и практическое начало, исходя изъ котораго мы могли бы упражнять интуицію и силу мысли на отношеніяхъ между трехмѣрными формами.

Для разрѣшенія этой задачи, мы должны обратиться къ исторіи математики; и если мы это сдѣлаемъ, мы натолкнемся на много внушительныхъ мыслей. Чтобы не брать слишкомъ отдаленнаго времени, остановимся на Кеплерѣ, а для того, чтобы прослѣдить непосредственное развитіе его мысли, обратимся къ его самой ранней работѣ: «Mysterium Cosmographicum: De admirabili proportione, orbium cœlestium deque causis cœlorum numeri, magnitudinis, motuumque, periodicorum, genuinis et propriis demonstratum per quinque regularia corpora geometrica.»

Это произведеніе вмѣстѣ съ репутаціей, установившейся за нимъ послѣ его астрологическаго предсказанія необыкновенно холодной зимы 1593 года въ Штейермаркѣ, а также предсказанія безпорядковъ въ томъ же году среди австрійскихъ крестьянъ, опредѣлило положеніе Кеплера въ его научной карьерѣ.

Планъ этой работы заключался въ апріорныхъ доказательствахъ истинности системы Коперника и въ дальнѣйшемъ опредѣленіи отношеній, какія должны существовать между орбитами планетъ. Я извлеку изъ этого сочиненія только то, что можетъ служить нашей цѣли.

Кеплеръ начинаетъ свои разсужденія утвержденіемъ, что при процессѣ творенія необходимо тѣло, «corpus». Онъ принимаетъ вмѣстѣ съ Кузанусомъ, что отношеніе прямой линіи къ нѣкоторой кривой, соотвѣтствуетъ отношенію творенія къ Творцу, и что столь же невозможно творенію понять Творца, какъ невозможно кругъ превратить въ квадратъ. Для тѣла весьма существенной является его величина количественная; количество же служитъ средствомъ для сравненія прямыхъ съ кривыми линіями. Слѣдо-

вательно, въ самомъ существованіи тѣлъ уже показано извѣстное соотношеніе между твореніемъ и Творцомъ. Теперь, когда мы знаемъ, что возможно найти квадратъ, соотвѣтствующій кругу въ требуемой степени приближенія, можетъ быть лучше не считаться съ мнѣніемъ Кузануса. Тѣмъ не менѣе можетъ оказаться для насъ не безполезнымъ замѣчаніе Кеплера, что сущность количественнаго измѣренія заключается въ сравненіи прямой линіи съ кривою, или, излагая это въ болѣе общемъ видѣ, — что количественное измѣреніе существуетъ только какъ средство для опредѣленія формы, — что нѣтъ абсолютной величины, и что все, что мы знаемъ, представляетъ только различныя отношенія между размѣрами.

На 27 страницѣ, обсуждая существующія въ мірѣ геометрическія формы, Кеплеръ говоритъ:

«Что касается прямыхъ линій и поверхностей, онѣ должны быть изъяты изъ законченнаго, прекраснаго и совершеннаго міра, потому что онѣ безконечны и не могутъ быть приводимы въ стройный порядокъ».

Вѣрно, или невѣрно это замѣчаніе относительно внѣшняго міра, но допустимъ, что оно справедливо по отношенію къ міру идей. И дѣйствительно очень труденъ доступъ къ уму ребенка для этихъ математическихъ концепцій.

Правда, что Кеплеръ, въ приложеніи, прибавленномъ 20 лѣтъ спустя послѣ того, какъ онъ окончилъ работу, которою гордился бы каждый истинный математикъ нашего времени, говоритъ именно объ этой фразѣ: — «O male factum! Должны ли мы изъять ихъ изъ міра? Но я возстановилъ ихъ въ правахъ гражданства въ моемъ «Harmonices». Почему должны мы ихъ изъять? Потому ли что они безконечны и не поддаются приведенію въ стройный порядокъ? Но нѣтъ, не они въ этомъ виноваты, а мое лишь невѣжество, которое со мной раздѣляли и многіе другіе въ то время».

Но его поправка относилась къ движенію, а

не къ тѣламъ и не должна помѣшать намъ слѣдовать за его первоначальной мыслью.

Согласно съ этимъ прослѣдимъ, не даетъ ли онъ указаній, къ какимъ именно изъ правильныхъ тѣлъ мы должны обратиться для построенія нашего представленія о мірѣ.

Глава V озаглавлена: «Ouod cubus primum corporum et inter altissimos planetas», и дальше слѣдуетъ изложеніе не менѣе 9-ти основаній, почему кубъ долженъ занимать первое мѣсто между трехмѣрными тѣлами.

Второе основаніе гласитъ: «Кубъ представляетъ единственное трехмѣрное тѣло, которое можетъ быть раздѣлено на однородные кубы безъ остатка въ видѣ призмъ».

Седьмое основаніе заключается въ слѣдующемъ: «Кубъ есть наипростѣйшее изъ всѣхъ прямолинейныхъ трехмѣрныхъ тѣлъ, и если представляется нѣкоторое сомнѣніе относительно пирамиды, тетраэдра, то это затрудненіе просто разрѣшается соображеніемъ, что кубъ есть мѣра пирамиды, а мѣра должна существовать раньше измѣряемой вещи. Кубъ есть мѣра вещей по соглашенію людей, потому что, когда люди измѣряютъ трехмѣрныя тѣла, они мысленно раздѣляютъ ихъ на небольшіе кубы. Но кубъ такъ же служитъ мѣрой и въ естественномъ порядкѣ вещей, потому что одинъ прямой уголъ всегда равенъ другому прямому углу, въ какихъ бы плоскостяхъ они ни находились. Слѣдовательно, прямой уголъ постоянно и неизмѣнно равенъ самому себѣ и стоитъ совершенно отдѣльно отъ безконечнаго множества другихъ угловъ большихъ и меньшихъ по сравненію съ нимъ. Такимъ образомъ, мѣра должна быть постоянна и вмѣстѣ съ тѣмъ вполнѣ опредѣленна». Въ послѣднемъ своемъ основаніи, девятомъ, Кеплеръ говоритъ: «Но нельзя упускать изъ виду, что искусная природа дала и наиболѣе совершенному животному тѣ же шесть, ясно выраженныхъ ограничивающихъ его граней, какими обладаетъ кубъ. И самъ человѣкъ представляетъ собой не что иное какъ

кубъ — такъ какъ и для него существуетъ, такъ сказать, шесть предѣловъ — вверху, внизу, спереди, сзади, справа и слѣва».

Не раздѣляя, можетъ быть, въ полной мѣрѣ энтузіазма Кеплера по отношенію къ кубу, мы все же хорошо сдѣлаемъ, если послѣдуемъ его идеѣ, высказанной въ седьмомъ пунктѣ его аргументаціи, а именно, что кубъ есть естественная мѣра вещей. Что кубъ служитъ для измѣренія количества — достаточно извѣстно; но, если мы обратимся къ первому основанію Кеплера, мы вспомнимъ, что сущность количественнаго измѣренія заключается въ сравненіи прямой линіи съ кривою, или, вообще говоря, въ измѣреніи формы тѣлъ.

Изъ этихъ двухъ различныхъ положеній, выраженныхъ Кеплеромъ, но не связанныхъ имъ другъ съ другомъ, прямымъ выводомъ является примѣненіе кубовъ въ качествѣ мѣры формъ. Съ этой цѣлью начнемъ пользоваться кубами для опредѣленія *мѣста* въ пространствѣ, что является главнымъ и самымъ естественнымъ приближеніемъ къ изученію формъ.

Мысль, которую я хочу высказать, можно пояснить слѣдующимъ примѣромъ:

Предположимъ, что говорится о четырехъ лицахъ, находящихся въ четырехъ разныхъ комнатахъ, хорошо извѣстнаго дома; тогда ихъ положеніе въ пространствѣ, одного относительно другого, ясно опредѣлено. Напримѣръ, трое могутъ быть въ трехъ комнатахъ въ одномъ этажѣ, какъ бы составляя треугольникъ, четвертый на нѣкоторомъ разстояніи надъ однимъ изъ нихъ, т. е. этажомъ выше.

Если бы на лицевой сторонѣ дома было шесть комнатъ, и всѣ четыре лица располагались въ нихъ, то существовало бы два способа для опредѣленія ихъ положенія. Можно было бы сказать, что они находятся въ комнатѣ номеръ первый, второй, пятый, шестой и т. д., или же что они въ зеленой комнатѣ, бѣлой комнатѣ, столовой или библіотекѣ, если бъ такъ назывались эти комнаты. Итакъ для комнатъ на лице-

вой сторонѣ дома есть два послѣдовательныхъ ряда наименованій — числа и названія, имъ обычно присвоенныя. Но для комнатъ въ задней части дома не существуетъ такихъ опредѣленныхъ наименованій; они называются такъ или иначе, въ зависимости отъ того, для чего они предназначены, напримѣръ, уборная барина.

Лицо, отправившееся изъ одного дома въ другой, построенный по одному и тому же плану, въ случаѣ, еслибъ ему пришлось давать указанія, естественно употребило бы для соотвѣтствующихъ комнатъ названія знакомыя ему по старому дому, даже и тогда, если бы, напримѣръ, зеленая комната не была отдѣлана зеленымъ.

Это наводитъ на мысль, что взявъ планъ типичнаго дома и, пользуясь названіями его комнатъ, можно опредѣлить расположеніе соотвѣтствующихъ комнатъ во всякомъ другомъ домѣ.

Вмѣсто этого, распредѣлимъ нѣсколько маленькихъ кубиковъ такъ, чтобы изъ нихъ составился одинъ большой кубъ и дадимъ каждому изъ нихъ названіе. Такимъ путемъ мы получимъ болѣе правильный и точный масштабъ для сравненія. Названія могутъ быть даны для отмѣтки положенія въ пространствѣ какихъ бы то ни было предметовъ по отношенію ихъ другъ къ другу, совершенно такимъ же образомъ какъ числа опредѣляютъ положеніе по отношенію другъ къ другу предметовъ, расположенныхъ въ одну линію.

Для большей простоты, возьмемъ сначала 27 кубиковъ и составимъ изъ нихъ одинъ большой кубъ. Вмѣсто кубиковъ можно употреблять книги или какіе-нибудь другіе предметы, установленные одинъ на другой; система будетъ такъ же хорошо иллюстрирована, какъ и при помощи кубиковъ.

Для того, чтобы избѣжать введенія лишнихъ названій, обозначимъ первый кубъ или книгу (1), второй (2) и т. д., и расположимъ ихъ въ слѣдующемъ порядкѣ:

Первый рядъ	Второй рядъ	Третій рядъ
(7) (8) (9)	(16) (17) (18)	(25) (26) (27)
(4) (5) (6)	(13) (14) (15)	(22) (23) (24)
(1) (2) (3)	(10) (11) (12)	(19) (20) (21)

Тогда (1) будетъ означать всю книгу или кубъ (1) или кусокъ чего-нибудь и придется подъ книгой, или кубомъ, или кускомъ (10).

Числами мы пользуемся временно; часто удобнѣе брать большее количество кубовъ — 64 или 125, и тогда лучше употреблять названія; ниже мы даемъ рядъ названій пригодныхъ для этой цѣли.

Первый шагъ къ развитію воображенія у ребенка — это дать ему 27 кубиковъ и заставить его дать каждому изъ кубиковъ названіе, въ то время какъ онъ ихъ складываетъ.

Единственное различіе между кубиками заключается въ занимаемомъ ими мѣстѣ въ собранномъ кубѣ; однако, не мѣшаетъ отмѣтить каждый кубъ или написать на немъ его названіе. И каждый разъ, когда ребенокъ складываетъ кубики, онъ долженъ класть каждый изъ нихъ на его опредѣленное мѣсто.

Слѣдуетъ принять за правило, чтобы ни одинъ кубикъ не былъ поставленъ на свое мѣсто безъ того, чтобы ребенокъ не произносилъ его названія.

По изученіи даже такой простой системы, ребенокъ овладѣваетъ новою силою. Его можно заставить строить кирпичные дома какой угодно формы, просто говоря ему названія кубиковъ въ томъ порядкѣ, въ которомъ онъ долженъ ихъ положить. Такимъ же образомъ онъ въ состояніи разставить стулья въ комнатѣ въ любомъ желательномъ порядкѣ. Если, напримѣръ, ему говорятъ, чтобы онъ поставилъ одинъ стулъ въ положеніи (1), другой — въ (2), а самого себя помѣстилъ въ положеніи (11), для него будетъ чрезвычайно забавно усѣсться на второй стулъ; и если затѣмъ ему скажутъ, чтобы онъ положилъ свою шляпу въ (20) мѣстѣ, — онъ, послѣ нѣкотораго размышленія, надѣнетъ ее себѣ на голову.

Даже съ этимъ ограниченнымъ числомъ кубиковъ можно производить комбинаціи какой угодно сложности.

Ключъ къ этому дается вторымъ положеніемъ Кеплера, а именно, кубъ можетъ быть точно раздѣленъ на меньшіе кубы; такъ, можно принять, напримѣръ, что въ кубикѣ (1) заключается 27 меньшихъ кубиковъ, при чемъ каждому изъ этихъ меньшихъ кубиковъ легко дать названіе. Первый будетъ (1) въ (1), второй (2) въ (1) и т. д.

Слѣдующій за большимъ кубикомъ (1) идетъ большой кубикъ (2), содержащій въ себѣ также 27 меньшихъ кубиковъ. Первый изъ нихъ будетъ (1) въ (2) и т. д. послѣдовательно. Такъ, напримѣръ, четвертый кубъ надъ (1) въ (1) будетъ (1) въ (10).

Самыя маленькія дѣти усваиваютъ этотъ порядокъ безъ малѣйшаго затрудненія, если имъ даютъ достаточное число кубиковъ, чтобы выполнить до извѣстной степени эту задачу на практикѣ.

Но лучше всего не знакомить ребенка съ этимъ послѣднимъ способомъ до тѣхъ поръ, пока онъ не выучитъ куба, содержащаго по пяти кубиковъ на каждой сторонѣ; такимъ образомъ, весь его интересъ будетъ сосредоточиваться на желаніи выучить названія или мѣста бо̀льшаго количества кубиковъ для того, чтобы умѣть строить большія зданія; и только тѣ дѣти, которыя заучиваютъ кубики наизусть, дѣйствительно хорошо ознакомливаются съ системою.

Слѣдуетъ очень остерегаться какой бы то ни было систематизаціи названій, какъ, напримѣръ, нельзя называть первый кубъ (1, 1, 1), второй (2, 1, 1) и т. д. Если будетъ примѣняться такой способъ, то ребенокъ совсѣмъ не изучитъ своихъ кубиковъ.

Установленіе правилъ и системъ въ этомъ смыслѣ составляетъ проклятіе воспитанія. Правила обыкновенно примѣняются лишь тѣми лицами, которыя, зная что-нибудь и какъ-нибудь, хотятъ оградить себя отъ необходимости дѣйствительно учить желающихъ учиться. Или же правилами и системами пользуются

какъ средствомъ показать знанія тамъ, гдѣ дѣйствительныхъ знаній нѣтъ. Правила могутъ быть полезны для учащагося въ смыслѣ завершенія его личныхъ опытовъ; но если на нихъ полагаться при обученіи, они просто парализуютъ мысль, потому что въ такомъ случаѣ все вниманіе сосредоточивается на механизмѣ рѣшенія задачи, но не на самой задачѣ.

Если ребенокъ, будучи спрошенъ относительно перехода отъ одного куба къ другому, вычисляетъ номера по сторонамъ большого куба, его знаніе ничего не стоитъ. Если же онъ тотчасъ идетъ по діагонали, поименовывая разные кубы по пути своего слѣдованія къ крайнему правому кубу, то его знаніе вполнѣ удовлетворительно. Правильное пользованіе интеллектомъ заключается въ томъ, чтобы опредѣлить какое знаніе слѣдуетъ сдѣлать интуитивнымъ.

Когда ребенокъ изучилъ въ совершенствѣ рядъ кубовъ, тогда окажется, что его сила воображенія (какъ она опредѣлялась выше), значительно увеличилась. Воображеніе есть способность, такъ сказать, мысленнаго рисованія и лѣпки, и дѣйствительное зарисовываніе предметовъ на бумагѣ, или лѣпка изъ глины, соотвѣтствуютъ укрѣпленію въ умѣ названія. Когда представляютъ себѣ мысленно извѣстную постройку изъ кубовъ, при чемъ каждый изъ кубовъ имѣетъ названіе, мысль можетъ возвратиться къ любой части постройки и отмѣтить ея соотношеніе съ прочими частями совершенно такимъ же образомъ какъ и въ томъ случаѣ, когда извѣстныя формы зарисованы на бумагѣ и каждая часть рисунка можетъ быть видима и вновь разсматриваема.

Лучше всего можно провѣрить успѣхи ребенка, разговаривая съ нимъ о постройкѣ и не имѣя подъ рукой кубиковъ. Послѣ нѣкотораго времени онъ будетъ въ состояніи говорить о довольно сложныхъ строеніяхъ безъ всякаго затрудненія; а затѣмъ его можно пріучить руководиться этимъ методомъ при описаніи разныхъ предметовъ. Мало того, онъ разовьетъ способности не только въ этомъ направленіи, но станетъ также болѣе отчетливо замѣчать формы

и соотношенія между всѣми предметами, на которые онъ обратитъ вниманіе.

Другое очень хорошее упражненіе, хотя скорѣе съ художественной, чѣмъ матеріальной точки зрѣнія, заключается въ томъ, чтобы заставлять ребенка рисовать столбики и различныя комбинаціи изъ кубиковъ по ихъ названіямъ, вмѣсто того, чтобы складывать ихъ.

Аналогія между дѣйствительнымъ процессомъ складыванія кубиковъ и зарисовываніемъ ихъ очень поучительна; какъ для того, чтобы рисовать сложныя формы, необходимо сначала научиться рисовать простыя, такъ и для того, чтобы воображать себѣ болѣе сложныя трехмѣрныя тѣла, необходимо имѣть сначала способность воображать простѣйшія и комбинаціи простѣйшихъ трехмѣрныхъ тѣлъ. Проводя аналогію дальше, скажемъ: когда глазъ не въ состояніи точно уловить изгиба, прибѣгаютъ къ прямымъ линіямъ, этому признанію несовершенства карандаша, то рисунокъ пріобрѣтаетъ большую силу и выразительность; точно такъ же, когда думаютъ объ очертаніяхъ комнаты или о массивности зданія, достигаются болѣе удовлетворительные результаты, если эта комната или зданіе представляются уму въ видѣ нѣкотораго количества кубовъ, распредѣленныхъ извѣстнымъ образомъ.

Другой способъ провѣрки успѣховъ ребенка, это заставить его играть въ крестики, но расширяя игру до извѣстной степени. Вмѣсто того, чтобы ограничивать игру стремленіемъ поставить три крестика въ рядъ на одной плоскости, представьте себѣ въ умѣ три плоскости одну надъ другой. Это дастъ въ сложности двадцать семь мѣстъ; вы найдете, что большинство дѣтей въ состояніи играть въ эту игру съ большимъ интересомъ. Такимъ же образомъ возможно въ три или четыре урока научить мальчиковъ лѣтъ четырнадцати играть въ шахматы съ закрытыми глазами. Нужно только принять слѣдующую систему: каждый квадратъ на доскѣ долженъ получить названіе, какъ соотвѣтствующій кубъ; затѣмъ надо упражнять умъ, слѣдуя по всевозможнымъ діагоналямъ и на-

зывая не только данный квадратъ, но и всѣ прилегающіе къ нему квадраты. Когда, такимъ образомъ, доска будетъ изучена, то окажется, что на практикѣ вовсе нетрудно запомнить, гдѣ расположены фигуры.

Расширяя игру въ шахматы, мы получаемъ то, что можно назвать кубическими шахматами. Мнѣ до сихъ поръ не удалось, однако, заставить мальчиковъ вести мысленно эту игру, потому что пока никто изъ нихъ не изучилъ куба больше, чѣмъ по шести кубиковъ въ каждомъ направленіи. Но такая игра на спеціально приспособленныхъ для этой цѣли доскахъ, представляетъ упражненіе очень полезное, практически ознакомляя съ пространственными отношеніями.

Кромѣ развитія способностей, болѣе относящихся къ области чувствованій, точное ознакомленіе съ большимъ количествомъ кубиковъ является очень хорошимъ упражненіемъ и для развитія мысли ребенка. Онъ въ нихъ находитъ типъ абсолютнаго знанія, и будетъ стремиться согласовать съ нимъ всякое другое знаніе. Онъ знаетъ все относительно предмета, находящагося передъ нимъ, и можетъ ясно опредѣлить положеніе одного куба по отношенію ко всѣмъ прочимъ. Онъ имѣетъ также возможность дѣлать большое количество наблюденій надъ свойствами чиселъ. Мы можемъ сказать, что каждый кубъ есть типъ того, чѣмъ должна была бы быть каждая часть знанія, т. е. онъ простъ, опредѣлененъ, и ограниченъ въ самомъ себѣ, и въ то же время его возможно привести въ соотношеніе съ каждой другой частью знанія.

Сверхъ того, если названія на кубахъ написаны, какъ это предлагалось выше, или если кубы отмѣчены какими-нибудь знаками, ребенокъ испытываетъ величайшее, можетъ быть единственное интеллектуальное удовольствіе, — соотвѣтствіе между реальностью и его идеями.

Онъ думаетъ: такой-то и такой кубъ называется такъ-то и такъ-то. Затѣмъ онъ переходитъ къ кубамъ, расположеннымъ выше и убѣждается также, что онъ правъ. Это наслажденіе, находимое въ соот-

вѣтствіи наблюденія съ теоріею, относится столько же къ памяти, какъ и къ открытію. Эта черта характерна повсюду среди дѣтей, и у нѣкоторыхъ достигаетъ большой силы, какъ, напримѣръ, въ случаѣ съ шотландскимъ мальчикомъ, который, будучи высѣченъ учителемъ, не могъ удержаться, чтобы не сказать сквозь слезы, находя нѣкоторое меланхолическое удовольствіе въ этомъ: «Я даже думалъ, что это такъ будетъ! Я даже думалъ, что это такъ будетъ».

Благодаря содѣйствію нѣкоторыхъ изъ моихъ учениковъ, которые посятили много своего досуга на испытанія нѣкоторыхъ моихъ положеній, я былъ въ состояніи выработать примѣненіе этого метода въ разныхъ направленіяхъ; и когда извѣстные опыты надъ окраскою и звуками будутъ закончены, я надѣюсь дать подробныя указанія на разнообразные случаи, при которыхъ этотъ методъ можетъ оказаться полезнымъ.

Между прочимъ на одно примѣненіе я укажу сейчасъ. При математическихъ выкладкахъ, или просто когда выводится ариѳметическая сумма, всѣ дѣйствія должны производиться въ умѣ. Бумага служитъ только для того, чтобы помочь удерживать въ памяти уже полученныя цифры, или, чтобы не спутать ихъ порядокъ; напримѣръ, при умноженіи, правыя цифры должны быть поставлены одна подъ другой.

Но можно создать нѣчто въ родѣ ментальной бумаги, которая будетъ служить вмѣсто обыкновенной бумаги.

Когда мальчикъ слышитъ рядъ чиселъ, и пробуетъ производить надъ ними вычисленія, они вдругъ исчезаютъ изъ его памяти и его мысль пустуетъ.

Философы глубокомысленно замѣчаютъ: «чувствованія не вспоминаются и не сравниваются». Намъ нужно «что-нибудь постоянное». Они утверждаютъ, что это нѣчто постоянное пріобрѣтается нами посредствомъ формы пространства, соотвѣтствующаго воспріятіямъ внѣшняго міра. Слѣдовательно, чтобы сохранить наше маленькое «скоротечное чувство», завладѣемъ сначала частичкой пространства.

Короче говоря, чтобы приготовить ментальную бумагу, возьмите бумагу разлинованную на квадраты и дайте каждому изъ нихъ названіе, принимая за основаніе, положимъ, листъ бумаги раздѣленной на 6×6 квадратовъ, для чего потребуется тридцать шесть названій. Эти названія могутъ быть повторены по всей остальной поверхности бумаги въ надлежащей послѣдовательности. Затѣмъ производите какія угодно вычисленія на бумагѣ, ставя въ каждый квадратъ по одному числу, *и произнося названіе квадрата.* Продолжайте ваши упражненія, неизмѣнно упоминая названіе квадрата каждый разъ, когда вносите въ него число и поступайте такимъ образомъ, до тѣхъ поръ, пока названіе квадрата не будетъ само приходить вамъ на память инстинктивно. Послѣ этого вы найдете, что въ бумагѣ уже нѣтъ необходимости, и что вы можете мысленно производить довольно сложныя вычисленія, вначалѣ, быть можетъ, нѣсколько медленно, но потомъ и быстрѣе. Вы найдете, что квадраты уже на столько запечатлѣлись въ умѣ, что вамъ остается лишь расположить числа въ извѣстномъ порядкѣ.

У меня имѣлась также доска, которая, кажется, могла бы быть полезною при обученіи слѣпыхъ. Она просто состоитъ изъ извѣстнаго количества квадратовъ, отдѣленныхъ одинъ отъ другого круглыми валиками; каждый квадратъ отмѣченъ и имѣетъ названіе. При помощи этой доски и жетоновъ, отмѣченныхъ такимъ образомъ, чтобы представлять различныя числа, возможно производить какія угодно вычисленія или самому непосредственно, или по указаніямъ, не прибѣгая къ помощи зрѣнія. Чтобы показать наглядное примѣненіе «пространственныхъ чиселъ», какъ можно назвать наши поименованные кубы, представимъ себѣ, что нѣкій философъ излагаетъ какую-нибудь систему. Онъ проходитъ черезъ цѣлый рядъ ступеней въ своей аргументаціи, при чемъ доводы слѣдуютъ одинъ за другимъ и онъ ихъ перечисляетъ — первый, второй, третій и т. д. Но ему понадобилось доложить объ извѣстномъ взглядѣ или мнѣніи, которое хотя и не

принадлежитъ къ числу его доводовъ, тѣмъ не менѣе имѣетъ къ нимъ нѣкоторое косвенное отношеніе. Что можетъ быть для него болѣе естественнымъ, чѣмъ употребленіе пространственныхъ чиселъ, и помѣщеніе этихъ взглядовъ и мнѣній между двумя послѣдовательными ступенями своей аргументаціи, но на нѣкоторомъ разстояніи въ сторонѣ отъ нихъ. А что касается самаго философа, не сталъ ли бы какой-нибудь практическій человѣкъ, если бы ему понадобилось опредѣлить мѣсто занимаемое имъ въ дѣлахъ жизни,— не сталъ ли бы онъ охотно прибѣгать къ какому-нибудь подобному же пространственному числу? Но обратимся къ болѣе простымъ ихъ примѣненіямъ. При помощи листа бумаги, разлинованной на квадраты, возможно дать устныя указанія такимъ образомъ, что какой угодно планъ или форма могутъ быть начерчены довольно точно; для этого нужно только данныя выше названія (1) въ (1) и т. д. распространить на большее число кубовъ, или квадратовъ, и тогда этотъ методъ будетъ очень вѣрнымъ средствомъ для опредѣленія положенія. Упражненія съ кубами приносятъ большую пользу и въ другомъ отношеніи; они содѣйствуютъ развитію способности точно опредѣлить величину и форму. Но самое важное примѣненіе этотъ методъ найдетъ, какъ я надѣюсь показать, при обученіи элементарной геометріи, такъ какъ возможно построить цѣлую систему геометріи, основываясь на этихъ пространственныхъ числахъ.

Въ заключеніе слѣдуетъ сказать, что воображеніе, понимая его такъ, какъ оно нами опредѣлялось, возможно, кажется, развивать, не выдѣляя спеціальнаго отдѣла для его упражненія. Возможенъ, однако, вопросъ, нельзя ли найти болѣе глубокій процессъ мышленія, чѣмъ эти манипуляціи съ мысленнымъ представленіемъ внѣшнихъ предметовъ. Быть можетъ, что и найдется; но во всякомъ случаѣ этотъ процессъ основанъ на представленіи дѣйствительно существующихъ предметовъ, а не простыхъ символовъ и словъ, какъ это нѣкоторыми предпочитается.

II.

Міръ въ плоскости.

Введеніе.

Въ слѣдующихъ своихъ сочиненіяхъ я разбираю нѣкоторые вопросы, относящіеся къ пространству высшему, чѣмъ наше. Поэтому полезно будетъ сначала нѣсколько отступить и образовать опредѣленное понятіе о мірѣ въ плоскости, о мірѣ, въ которомъ существа могутъ двигаться только по двумъ независимымъ направленіямъ. Тогда, обратившись къ нашему собственному міру, мы можемъ найти средства для перехода и къ высшему міру. Я былъ бы очень радъ, если бы могъ отослать читателя къ остроумному сочиненію «Плоскій міръ», но, перелистывая вновь страницы этого произведенія, я нахожу, что авторъ использовалъ свой рѣдкій талантъ въ цѣляхъ чуждыхъ нашей задачѣ, потому что, несомнѣнно, физическія условія жизни на плоскости не были его главнымъ предметомъ изученія. Онъ воспользовался ими какъ рамкою, гдѣ могъ помѣстить свою сатиру и свои поученія. Но для насъ, прежде всего, желательно знакомство съ физическими фактами.

Для этой цѣли необходимо образовать ясное понятіе о томъ, какова была бы матерія въ мірѣ двухъ измѣреній, и нижеслѣдующее толкованіе поможетъ намъ въ этомъ.

Положите на гладкую поверхность стола монету въ полкроны и предположите, что она совершенно свободно скользитъ по столу. Вообразите, затѣмъ, что она проявляетъ силу притяженія вдоль поверхности стола по всѣмъ вокругъ себя направленіямъ. Рядомъ съ нею, или близъ нея, положите полушиллингъ,

и пусть эта монета также скользитъ свободно по столу. Она все же не будетъ такъ свободно двигаться по всѣмъ направленіямъ, какъ полукрона, потому что она будетъ притягиваться послѣднею. Она будетъ скользить по поверхности стола подъ вліяніемъ этой, предположенной силы и придетъ въ соприкосновеніе съ полукроной. Теперь, если мы еще предположимъ, что обѣ монеты очень тонки, что обѣ онѣ имѣютъ только толщину первичныхъ частицъ матеріи, тогда мы получимъ представленіе о томъ, каковы будутъ матеріальныя тѣла въ мірѣ плоскости.

Мы должны также предположить, что частицы не могутъ ни подняться сами, ни быть приподняты съ плоскости такъ, чтобы лечь одна на другой. Ни при какихъ обстоятельствахъ онѣ не могутъ покинуть поверхность плоскости.

Сверхъ того, эти частицы не должны прилипать къ плоскости и не должно быть никакого тренія, препятствующаго ихъ движеніямъ по ней. Единственное назначеніе, какое она имѣетъ въ качествѣ поддержки, это удерживать ихъ на томъ же уровнѣ поверхности и передавать вліяніе одной частицы на другую. Сила тяжести, намъ извѣстная, дѣйствующая подъ прямымъ угломъ къ столу, на которомъ лежатъ монеты, не будетъ оказывать дѣйствія на частицы въ ихъ движеніяхъ по плоскости, но просто будетъ удерживать ихъ на плоскости. Единственная сила притяженія, вліяющая на ихъ движенія, исходитъ отъ одной частицы и передается другой. Такимъ образомъ, представляйте себѣ, что полукрона это очень большой кругъ матеріи, а полушиллингъ — чувствующее существо. Это существо ощущаетъ притяженіе къ центру полукроны, и сила притяженія удерживаетъ его у самаго ободка полукроны. Если бы оно обладало вѣсомъ, то вѣсъ его ощущался бы вслѣдствіе дѣйствія силы, притягивающей его къ полукронѣ. Оно не чувствовало бы тяжести, которая притягивала бы его къ поверхности стола; оно не знало бы, что существуетъ твердая,

гладкая поверхность, на которой оно находится. Оно всегда было бы въ соприкосновенiи съ нею и не могло бы сказать, что это такое — быть внѣ ея. Оно не имѣло бы ничего для сравненiя, посредствомъ чего могло бы понять дѣйствiе поверхности на него. Кромѣ того, оно знало бы лишь о движенiяхъ по направленiямъ вдоль плоскости. Оно не могло бы представить себѣ, что возможно движенiе по иному направленiю, а не только впередъ и назадъ, туда и сюда вдоль плоскости. Трудно предположить, чтобы существо поддерживалось лишь съ одной стороны плоскостью и не приходило въ соприкосновенiе ни съ чѣмъ другимъ, хотя бы съ атмосферой, по другую сторону плоскости. Если же предположимъ существо дѣйствительно матерiальное, свободно двигающееся по плоскости, то это и будетъ именно то, что мы должны себѣ представить. Принимая полушиллингъ за такое существо, мы должны допустить, что онъ получаетъ свои впечатлѣнiя черезъ ободокъ. Этотъ ободокъ замѣняетъ для него кожу.

Допустивъ, что это существо окружено воздухомъ для дыханiя, мы должны предположить, что этотъ воздухъ неспособенъ, какъ и частицы твердой матерiи, отходить отъ плоскости. Нужно представить себѣ, что существо въ плоскости обладаетъ другимъ воздухомъ, чѣмъ тотъ, который мы знаемъ. Частицы его воздуха, хотя и могутъ передвигаться между собой, не должны обладать силой отходить прочь отъ поверхности плоскости, иначе онѣ были бы способны пройти внутрь тѣла, не проходя черезъ кожу. Всякiй проходъ, ведущiй внутрь тѣла, долженъ начинаться отверстiемъ въ ободкѣ, иначе онъ былъ бы совершенно закрытъ снаружи.

Очевидно, если столъ ударить такъ, чтобъ онъ дрогнулъ, то это движенiе сообщится лежащимъ на немъ монетамъ. Или сдвинутся съ мѣста онѣ сами, или придутъ въ безпорядочныя движенiя ихъ частицы.

Затѣмъ, если мы предположимъ, что сцѣпленiе нѣкоторыхъ частицъ весьма слабо и что лежатъ онѣ на гладкомъ листѣ желѣза, то, очевидно, сотрясенiе и

дрожаніе желѣза, если по нему ударить, окажетъ вліяніе на частицы и можетъ причинить разрывъ образуемаго ими тонкаго слоя. Такимъ образомъ, если матеріалъ, изъ котораго сдѣланъ листъ, очень плотенъ и негибокъ, въ сравненіи съ лежащими на немъ веществами, послѣднія могутъ подвергнуться многимъ измѣненіямъ, — напримѣръ, разорваться, или сблизиться, въ то время какъ поддерживающая ихъ матерія, на которой они находятся, просто лишь колеблется и вибрируетъ.

Очевидно, что совершенно такъ же, какъ сотрясенія и вибрація металлическаго листа дѣйствуютъ на частицы, на немъ находящіяся, онѣ, въ свою очередь, могутъ влiять на металлическій листъ и вызывать въ немъ сотрясенія и вибрацію. Эти сотрясенія и вибрація будутъ исходить отъ частицы, распространяясь во всѣхъ направленіяхъ по листу. Онѣ не перейдутъ въ воздухъ, развѣ только косвеннымъ образомъ и въ очень незначительной степени. Сотрясеніе передается въ листѣ. Дѣйствіе на сосѣднія частицы будетъ велико, на болѣе отдаленныя — оно будетъ меньше, а на тѣ, которыя на большомъ разстояніи — едва замѣтно.

Здѣсь приложенъ чертежъ, который поможетъ составить опредѣленное представленіе о томъ, на что можетъ быть похоже существованіе въ плоскости; благодаря ему мы осознаемъ условія этого существованія такимъ образомъ, что это послужитъ намъ основаніемъ для всего дальнѣйшаго хода мысли.

Пусть читатель возьметъ листъ почтовой бумаги и держитъ его передъ собою ребромъ такимъ образомъ, чтобы видѣть листъ однимъ глазомъ только какъ линію. Пусть онъ держитъ его такъ, чтобы эта линія шла внизъ между его бровей ко рту, какъ показано на рисункѣ I.

На этомъ листѣ бумаги, на одной его сторонѣ, должна быть проведена прямая линія, идущая поперекъ листа въ направленіи отъ наблюдателя. Предположимъ, что подъ этой линіей находится тонкій слой частицъ матеріи, которыя, касаясь бумаги каждая въ

отдѣльности, держатся плотно вмѣстѣ. Этотъ слой частицъ служитъ твердой землей для существа въ плоскомъ мірѣ.

Вообразимъ, что поверхность бумаги надъ этой линіей покрыта слоемъ частицъ, которыя свободно перемѣщаются, но которыя тоже не могутъ отойти отъ поверхности бумаги. Пусть эти частицы образуютъ воздухъ такого міра.

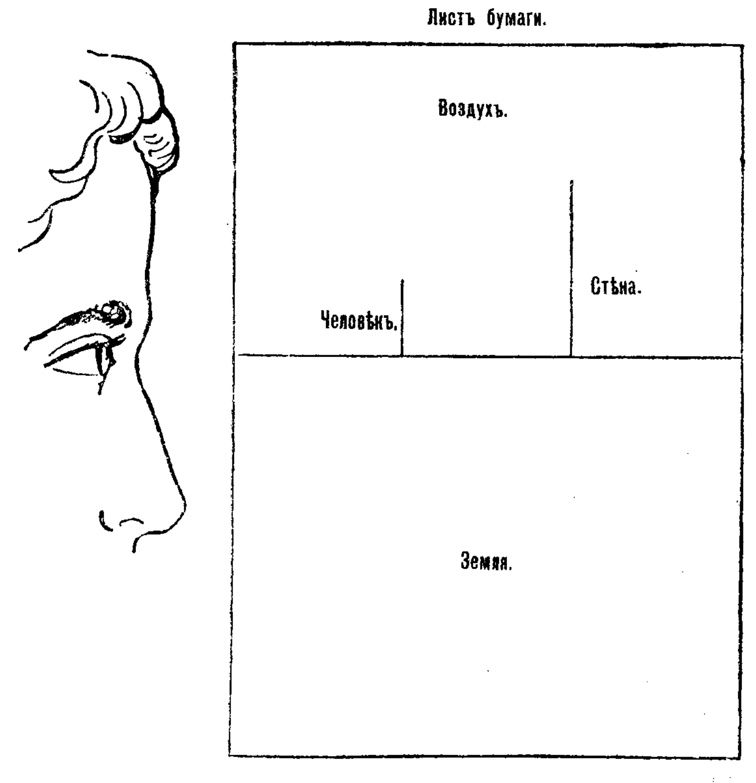


Рис. I.

Отъ поверхности земли проведите вверхъ линію. Пусть эта линія изображаетъ человѣка. Другая линія будетъ представлять стѣну, за которую человѣкъ не можетъ попасть иначе, какъ перелѣзая черезъ нее.

Могутъ замѣтить, что предметы на бумагѣ должны быть подчинены дѣйствію тяжести. Возникаетъ вопросъ, почему этотъ тонкій слой частицъ не соскользаетъ съ бумаги?

Мы не должны отрицать чувство тяжести, но оно должно относиться къ матеріи въ листѣ бумаги.

Предположимъ теперь, что этотъ листъ все увеличивался бы въ размѣрахъ, пока, наконецъ, пройдя черезъ весь земной шаръ, не раздѣлилъ бы его пополамъ. Затѣмъ предположимъ, что вся земля исчезла бы за исключеніемъ тонкаго слоя на одной сторонѣ этого увеличившагося листа бумаги. Только этотъ тонкій слой будетъ частью оставшейся матеріи. Такой тонкій слой и будетъ изображать плоскій міръ. Слѣдуетъ представить себѣ, что сила тяжести остается въ дѣйствіи, но является слѣдствіемъ взаимнаго притяженія частицъ большого, тонкаго диска.

Теперь, чтобы сохранить этотъ тонкій слой на бумагѣ, необходима какая-нибудь сила, дѣйствующая сбоку и удерживающая частицы на бумагѣ.

Можно представить себѣ, что сама бумага проявляетъ такую силу. Она состоитъ въ толщину изъ многихъ частицъ, тогда какъ тонкій слой матеріи толщиной всего только въ одну частицу; такимъ образомъ бумага удержитъ на мѣстѣ слой матеріи, покрывающій одну ея сторону, благодаря своему собственному притяженію.

Мы предполагаемъ, что бумага проявляетъ силу притяженія, которая удерживаетъ тонкій слой матеріи на ней. Эта сила притяженія не воспринимается чувствующими существами на бумагѣ и не вліяетъ на передвиженіе частичекъ матеріи между собой. Мы также предполагаемъ другую силу притяженія на плоскости, исходящую отъ одной частички матеріи къ другой. Эта сила будетъ ощущаться существами и вызоветъ движеніе матеріи.

Такимъ образомъ, представленіе о плоскомъ мірѣ необходимо заключаетъ въ себѣ представленіе о томъ, на чемъ онъ находится.

1.

Тамъ, гдѣ солнечные лучи, едва коснувшись земли въ январѣ, удаляются и погружаются во мракъ, лежитъ странный міръ.

Это громадный полый шаръ, какъ бы выдутый изъ вещества, нѣсколько похожаго на стекло, но гораздо болѣе твердаго и непрозрачнаго.

Совершенно такъ же, какъ выдуваемый нами мыльный пузырь состоитъ изъ растянутой пленки, такъ и этотъ шаръ, стоящій по своимъ громаднымъ размѣрамъ внѣ всякаго съ нимъ сравненія, состоитъ изъ растянутой, но прочной оболочки.

На его поверхности, въ теченіе вѣковъ, осаждалась тонкимъ слоемъ пыль пространства, причемъ эта поверхность представляется столь гладкою, что пыль свободно скользитъ по ней, группируясь и уплотняясь въ силу лишь собственнаго взаимнаго притяженія и движенія.

Пыль удерживается на гладкой поверхности въ силу притяженія къ громадной оболочкѣ, но, помимо этого, она свободно передвигается по ней во всѣхъ направленіяхъ.

То здѣсь, то тамъ встрѣчаются скопленія, гдѣ выпали въ большомъ количествѣ эти, плавающія въ пространствѣ, массы и гдѣ пыль, скопляясь вѣками, образовала громадные круги.

Эти круги накалены добѣла, но никакой свѣтъ не доходитъ отъ нихъ до нашей вселенной.

Потому что этотъ міръ лежитъ внѣ эфира, далеко за его предѣлами. И, какъ бы ни были раскалены и ярки эти массы, если нѣтъ среды для передачи вибрацій теплоты и свѣта, вліяніе ихъ не можетъ быть передано.

Такимъ образомъ, единственное направленіе, по которому можетъ передаваться теплота, представляетъ поверхность самой оболочки. Отъ каждаго изъ этихъ

раскаленныхъ круговъ, или дисковъ, исходитъ свѣтоносная сила, передаваемая путемъ вибраціи оболочки, служащей всему поддержкою. Жаръ и сильное волненіе въ этихъ раскаленныхъ дискахъ сотрясаетъ весь полый шаръ, и, подобно тонкому мыльному пузырю, дрожитъ и колеблется вся оболочка. Она столь упруга, что передаетъ свѣтъ и теплоту всѣмъ окружающимъ областямъ. Однако, шаръ этотъ по своимъ размѣрамъ такъ громаденъ, что колебанія отъ его раскаленныхъ дисковъ распространяются почти по прямымъ линіямъ, пока, расходясь во всѣ стороны, они не погружаются въ мракъ и не исчезаютъ, подобно тому какъ рябь въ серединѣ большого, спокойнаго озера постепенно расходится и становится незамѣтной.

И вокругъ этихъ круговъ огня, огонь которыхъ передается лишь вдоль оболочки сферы, проходятъ въ должномъ порядкѣ и послѣдовательности другіе диски, холодные или теплые, не обладающіе той энергіей свѣта и тепла, какою обладаютъ центральные круги.

Эти диски, хотя и большіе, такъ неизмѣримо малы по сравненію съ обширной поверхностью полаго шара, который все поддерживаетъ, что ихъ движенія кажутся происходящими на плоской поверхности; кривизна оболочки, на которой они находятся, такъ ничтожна, по сравненію съ ихъ величиной, что они двигаются вокругъ своихъ центральныхъ огней, какъ будто по абсолютно плоской поверхности.

Одинъ изъ этихъ круговъ, или дисковъ, приспособленъ природой служить мѣстомъ жительства для живыхъ существъ. Онъ уже достаточно остылъ послѣ продолжавшагося цѣлые вѣка сгущенія изъ осаждавшейся пыли, откуда образовались всѣ круги; а въ то же время онъ остылъ не настолько, чтобы жизнь на немъ сдѣлалась невозможной.

Помимо того, онъ полонъ большихъ трещинъ и разсѣлинъ, такъ какъ во многихъ мѣстахъ внутренняя масса, охлаждаясь послѣ того, какъ оболочка затвердѣла, оставила большія углубленія и проходы не только въ одномъ, но и въ нѣсколькихъ слояхъ.

По краямъ этихъ круговъ и въ ихъ проходахъ и расщелинахъ находятся жители, о которыхъ я говорю.

Они не поднимаются надъ поверхностью оболочки, но, такъ какъ вся матерія лежитъ на гладкой поверхности, возвышаясь надъ нею только на высоту одной частицы, то ихъ тѣла, образованныя изъ этой матеріи, лежатъ, какъ мы бы выразились, на этой поверхности.

Однако, они ничего не знаютъ объ этомъ. Они говорятъ про себя, что они стоятъ и ходятъ.

Потому что этотъ кругъ проявляетъ силу притяженія.

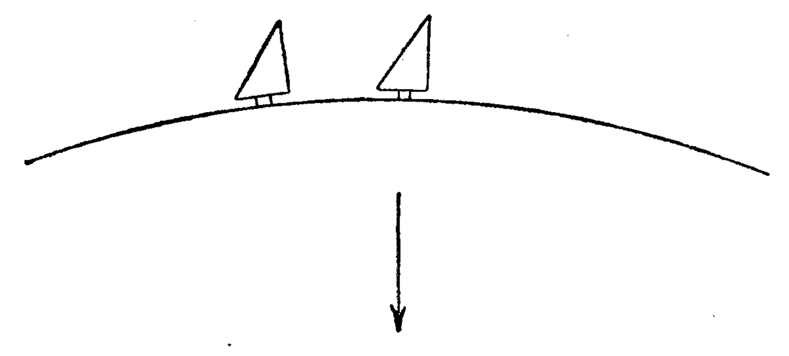


Рис. II. Два существа, двигающіяся вокругъ.

Въ силу того же импульса, который сблизилъ частицы пыли на шарѣ, онѣ стремятся къ центру круга. Такимъ образомъ, «вверхъ» для этихъ жителей обозначаетъ движеніе отъ центра диска, на ободкѣ котораго они живутъ. «Внизъ»—это движеніе отъ ободка къ центру. Тонкій слой, который образуетъ массу диска, это для нихъ—твердая матерія. Они неспособны, даже мысленно, подняться надъ поверхностью полаго шара и взглянуть изъ пространства на свое существованіе. Они всегда передвигаются впередъ и назадъ по линіи, лежащей на ободкѣ; и никогда два существа не могутъ передвигаться иначе, какъ одно за другимъ. Взглянувъ на чертежъ, вы видите, что

два существа, изображенныя въ видѣ двухъ треугольниковъ, не могутъ обойти одно другое, если они неспособны подняться изъ ихъ лежачаго положенія на поверхности бумаги. Поверхность бумаги представляетъ собою поверхность полаго шара; свободно скользящія по ней, но неспособныя надъ ней подняться это — ея жители; а тонкій слой частичекъ является для жителей твердой матеріей.

Если бы на дискѣ не было углубленій и проходовъ, то единственное движеніе, которое представлялось бы возможнымъ для существъ, это — кругомъ ободка ихъ міра.

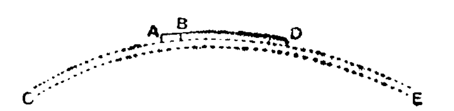


Рис. III. — Показаны: оболочка полаго шара въ разрѣзѣ, лежащій на ней дискъ BD и существо AB на ободкѣ диска. CE — самая оболочка въ разрѣзѣ, BD — дискъ въ разрѣзѣ, AB — существо въ разрѣзѣ. Толщина чрезвычайно увеличена, а также увеличена высота существа AB, въ сравненіи съ діаметромъ BD диска. Притяженіе, которое испытываетъ AB, удерживаетъ его на BD; какъ AB, такъ и BD, существо и дискъ, свободно скользятъ по оболочкѣ CE, не зная о ея существованіи.

Многія слова, употребляющіяся нами, не могли бы имѣть для нихъ смысла. Такъ, «направо» и «налѣво» для нихъ непонятны. Посмотрите на ихъ переднюю сторону, повернутую въ одномъ направленіи вдоль ободка; слѣдуя по этому направленію, они идутъ впередъ; уклоняясь отъ этого направленія, они могутъ идти только назадъ. Если они отходятъ отъ центра, они идутъ вверхъ, если двигаются по направленію къ центру — это значитъ внизъ. И никоимъ образомъ они не могутъ повернуться, поднявшись съ поверхности, на которой находятся. Они даже не знаютъ, что имѣютъ двѣ стороны; ихъ движенія, мысли и воображеніе ограничены поверхностью, съ которой они неразлучны. Ее они называютъ пространствомъ, вселенной; ничто, лежащее внѣ ея, какъ къ центру полаго шара, такъ и въ сторону отъ него, не доходитъ до ихъ сознанія, даже какъ воображаемая возможность существованія.

Жизнь чрезвычайно ограничена въ такомъ мірѣ. Возьмемъ простой примѣръ: чтобы два существа обо-

шли одно другое, необходимо сложное устройство, показанное на рисункѣ IV.

Вдоль по ободку съ извѣстными промежутками устроены углубленія. У отверстій этихъ углубленій находятся подвижныя полоски, или палочки. Когда два существа хотятъ обогнать другъ друга, одно изъ нихъ опускается въ углубленіе; другое толкаетъ палочку, чтобы образовать мостъ надъ отверстіемъ, переходитъ черезъ него, а затѣмъ передвигаетъ палочку такъ, чтобы существо, которое спустилось, могло бы подняться и идти своей дорогой.

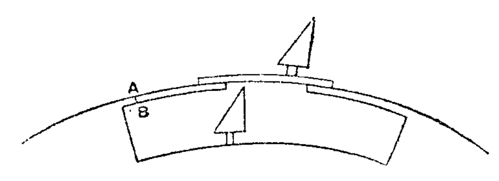


Рис. IV. - Одно существо обгоняетъ другое.

Если бы случайно, пока существо находится въ углубленіи, полоска или палочка, дѣйствующая какъ мостъ, осталась укрѣпленной на мѣстѣ, то оно оказалось бы въ опасномъ положеніи. Предположите, что это существо заперто, какъ показано выше. Если оно, страдая, напримѣръ, отъ недостатка воздуха, пробьется черезъ крышу въ AB, вся часть вправо отъ AB упадетъ, потому что единственная опора будетъ разрушена, коль скоро AB пробито насквозь. Невозможно сдѣлать отверстіе, которое было бы не во всю толщину матеріи, какъ она лежитъ на поверхности. И, согласно этому, должны быть возводимы всѣ ихъ постройки. Въ стѣнѣ дома не можетъ быть двухъ отверстій, иначе, какъ при условіи, что при открываніи одного другое закрывается и служитъ твердой опорой стѣнѣ, которая теперь цѣликомъ зависитъ отъ этой поддержки.

Вотъ, на рисункѣ, домъ, всецѣло опирающійся на сторону, противоположную входу EF, который сейчасъ открытъ. Крыша поддерживается стороною CD. Если сдѣлать отверстіе AB въ стѣнѣ CD прежде, чѣмъ входъ EF закрытъ, то крыша провалится. Поэтому, чтобы пройти черезъ домъ, EF должно быть крѣпко закрыто раньше, чѣмъ открыто AB. Дома всегда по-

строены во внутреннихъ проходахъ, чтобы оставить ободокъ диска свободнымъ для передвиженія.

Многое можно сказать объ этихъ жителяхъ, относительно ихъ соціальной и политической жизни. Едва ли есть необходимость для меня распространяться здѣсь много объ этомъ, потому что всякій человѣкъ, пользуясь методомъ историка Бёкля и выводя характеръ народа изъ географическихъ вліяній и физической среды можетъ понять, каковы должны быть основныя черты его исторіи и жизни.

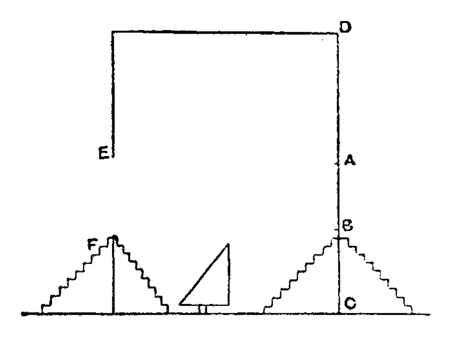


Рис. V. — Домъ.

Но одно, два замѣчанія можно сдѣлать и здѣсь. Прежде всего, эти существа характерны тѣмъ, что я осмѣливаюсь назвать «крайней полярностью».

У жителей нашего міра эта полярность, проявляющаяся, между прочимъ, и въ различіи половъ, смягчена и умѣренна.

Въ каждомъ мужчинѣ есть что-то и женское; въ женщинѣ же встрѣчаются нѣкоторыя изъ лучшихъ качествъ мужчины.

Но въ томъ мірѣ, о которомъ мы говоримъ, нѣтъ физической возможности для такого смѣшенія. Въ линейномъ существованіи не могло быть никакого сознанія полярности. Впервые оно появляется у существъ въ плоскости и то въ грубой, несмягченной формѣ.

Къ сожалѣнію, невозможно представить эти существа иначе, какъ въ карикатурномъ видѣ, когда говоримъ о нихъ лишь вкратцѣ. Принявъ это во вниманіе, не будемъ слишкомъ требовательны.

Если читатель отрѣжетъ треугольники по угламъ двухъ слѣдующихъ страницъ, то онъ получитъ четыре существа въ плоскости, двое изъ коихъ мужчины и двѣ женщины.

Линіи, по которымъ нужно отрѣзать треуголь-

ники, указаны черной чертой. Теперь, отрѣзавъ двухъ мужчинъ, которыхъ мы назовемъ homo — человѣкомъ и vir — мужемъ, проведите линію на бумагѣ, чтобы представить ободокъ міра, на которомъ они стоятъ и, помня, что они не могутъ проходить одинъ надъ другимъ, начните двигать ихъ. Слѣдуетъ помнить, что фигуры эти не могутъ покинуть плоскости, на которой они помѣщены и не могутъ быть перевернуты. Они могли бы обойти другъ друга единственнымъ способомъ, — перелѣзая черезъ голову другъ друга. Они могутъ двигаться впередъ, или назадъ. Многое можно замѣтить при внимательномъ разсмотрѣніи этихъ фигуръ. Несомнѣнно все это лишь символично и, при томъ, въ самой грубой формѣ, но къ ихъ жизни относятся факты, складывающіеся въ сложную систему, которые могутъ быть замѣчены и на этихъ простыхъ фигурахъ.

Очевидно, что острый уголъ одного мужчины всегда направленъ въ чувствительный или мягкій край другого. Каждый мужчина постоянно опасается другого мужчины; не только они боятся другъ друга, но ихъ чувствительные края, тѣ, гдѣ они получаютъ всѣ воспріятія, кромѣ самыхъ грубыхъ, повернуты другъ отъ друга.

На чувствительномъ краѣ находится лицо и всѣ средства для выраженія чувства. Другой край покрытъ роговиднымъ утолщеніемъ кожи, которая на остромъ углу дѣлается очень плотной и твердой, какъ желѣзо. Двигая фигурки, видимъ ясно, что двое мужчинъ естественно не могутъ сойтись лицомъ къ лицу.

Въ этой странѣ невозможна дружба или хорошее отношеніе между мужчинами. Самое слово «дружба» кажется для нихъ смѣшнымъ, потому что единственный способъ, при которомъ одинъ мужчина можетъ повернуть свой чувствительный край къ другому мужчинѣ, это при томъ условіи, что одинъ изъ нихъ согласится стоять на головѣ другого. Отцы такъ держатъ дѣтей, пока тѣ малы, но первые признаки возмужалости вызываютъ чувство неудовольствія при такомъ обращеніи.

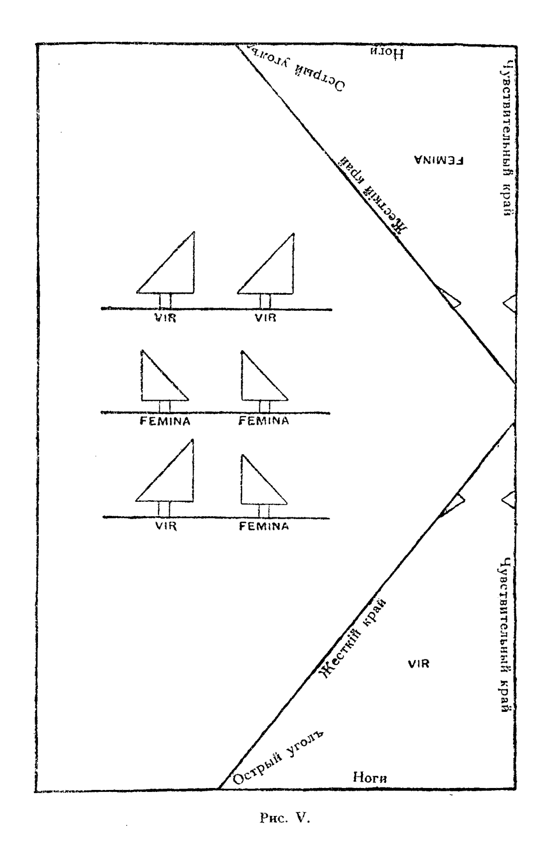

Ноги
Острый уголъ
FEMINA
Жесткій край
Чувствительный край
VIR
VIR
FEMINA
FEMINA
VIR
FEMINA
Жесткій край
VIR
Чувствительный край
Острый уголъ
Ноги

Рис. V.

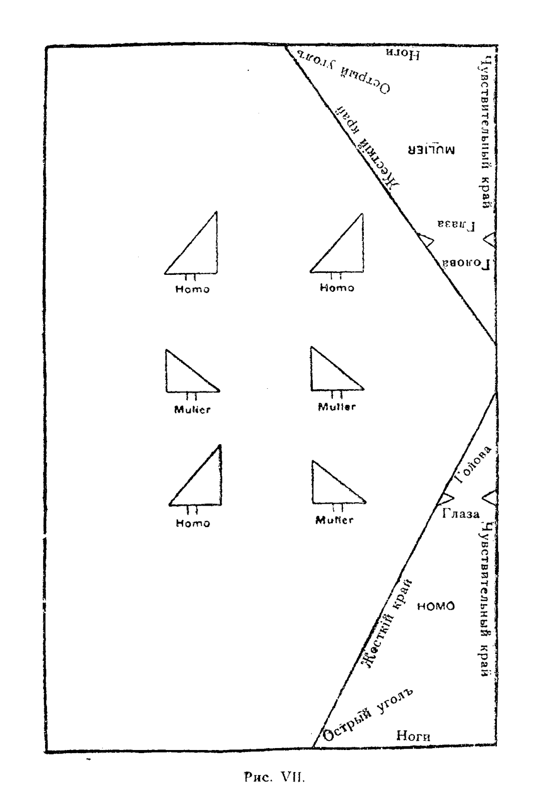

Ноги
Острый уголъ
Жесткій край
MULIER
Чувствительный край
Глаза
Голова
Homo
Homo
Mulier
Mulier
Homo
Mulier
Голова
Глаза
Чувствительный край
HOMO
Жесткій край
Острый уголъ
Ноги

Рис. VII.

Если мы теперь посмотримъ на двухъ женщинъ mulier — жену и femina — женщину, то увидимъ, что то же соотношеніе соотвѣтствуетъ и для нихъ. По самой своей природѣ онѣ предназначены наносить вредъ одна другой, даже случайно, и ихъ края воспріятія впечатлѣній, по самымъ условіямъ ихъ существованія, повернуты прочь другъ отъ друга.

Между тѣмъ, если мужчина и женщина поставлены вмѣстѣ, обнаруживается совсѣмъ другое соотношеніе между ними. Они не могутъ повредить другъ другу и каждый изъ нихъ созданъ для самаго пріятнаго общенія другъ съ другомъ. Ничто не можетъ служить болѣе вѣрной защитой отъ внѣшнихъ опасностей, какъ подобная пара, приблизительно одинаковаго роста; каждый изъ нихъ защищаетъ чувствительный край другого, а ихъ вооруженныя стороны и всѣ средства нападенія повернуты противъ всѣхъ подходящихъ, или въ томъ, или въ другомъ направленіи. Но если такой парѣ, вслѣдствіе недоразумѣнія, случится разъединиться, и стоя ногами на оболочкѣ, повернуть свои острые углы другъ противъ друга, то они будутъ всецѣло подвергнуты всякой бѣдѣ и опасности.

Но все же и въ данномъ случаѣ они не могутъ поранить другъ друга — счастливая привиллегія.

Въ лѣтописяхъ этого племени, у меня сохранившихся, я нашелъ интересную исторію, остававшуюся для нихъ цѣлые вѣка непонятной, но для насъ она допускаетъ простое объясненіе.

Разсказывается, что нѣкогда жили самые идеальные мужъ и жена, наслаждаясь полнѣйшимъ счастіемъ; и вотъ, благодаря нѣкоторымъ таинственнымъ занятіямъ, жена внезапно, по своему внѣшнему виду, превратилась въ мужчину. Мужъ признавалъ ее той же самой вѣрной женой. Но она заняла по отношенію къ нему такое же положеніе, какъ и всякій мужчина. И только стоя на головѣ, онъ могъ приблизить свой чувствительный край къ ея чувствительному краю. Она отказывалась объяснить какъ это произошло, или подѣлиться своимъ секретомъ съ кѣмъ бы то ни было,

но говорила, что подвергалась большой опасности. Она обнаружила странное познаніе внутренняго строенія (анатоміи) своего племени, и большая часть ихъ медицинскихъ познаній начинается отъ нея. Никакія просьбы не склонили ее къ сообщенію своего секрета; вся тайна существованія исчезнетъ, говорила она, если его раскрыть. Предполагали, что она обладаетъ какими-то магическими знаніями.

Однако, такое обладаніе никого не осчастливило, и какъ-то со страхомъ она сказала, что или умретъ, или вернется къ прежнему внѣшнему облику своего пола.

Она абсолютно исчезла; хотя и была окружена друзьями, но совершенно пропала. И они никогда не нашли бы ее въ живыхъ, если бы нѣсколько дней спустя, прорѣзая скалу съ цѣлью какихъ-то работъ, случайно не натолкнулись на углубленіе. Она была найдена во впадинѣ первобытной скалы — живая и прекрасная, какъ прежде.

Тайна ея умерла вмѣстѣ съ нею.

Съ нашей точки зрѣнія, легко понять, что случилось. Если бы фигура жены была приподнята и перевернута, она, оставаясь женщиной, получила бы очертанія мужскія. По отношенію къ разнымъ цѣлямъ она — мужчина. Она стала неспособною занимать положеніе, единственно естественное между мужчинами и женщинами этой страны, и счастливое отношеніе между нею и мужемъ совершенно нарушилось. Двигайте ее, какъ хотите, держа ее повернутою такимъ образомъ въ плоскости, и все же вы не создадите изъ нея подходящей помощницы для ея несчастнаго мужа. Она, должно быть, отыскала секретъ, какъ подняться надъ поверхностью и случайно какъ-нибудь была повернута. Можетъ быть она пользовалась этимъ новымъ положеніемъ, чтобы изучить анатомію, потому что для наблюдателя въ такой позѣ будетъ совершенно открыта внутренность каждаго тѣла — и, производя свои наблюденія, она потеряла равновѣсіе.

Я привелъ эту анекдотическую исторію, хотя бы ради любопытнаго наблюденія, которое было сдѣлано

въ то время. Было найдено, что пока она находилась въ этомъ измѣненномъ состояніи, она совершенно утеряла свою «атмосферу». Объяснимъ это: обычно, помимо того, что она говорила или дѣлала, существовало нѣкоторое вліяніе, исходящее отъ нея, которое дѣлало ея присутствіе пріятнымъ мужу. Когда же она была повернута, то потеряла это вліяніе. Объясненіе этому просто. Для этого племени свѣтъ означаетъ колебаніе поверхности полаго шара; прозрачные предметы не препятствуютъ этому колебанію на его пути. Но, большею частью, тѣла и физическія формы жителей были не прозрачны, онѣ останавливали и отражали эти колебанія оболочки, отсылая отъ своихъ внѣшнихъ краевъ вибраціи, дѣйствующія на зрѣніе сотоварищей. Но, помимо этихъ свѣтовыхъ, были еще болѣе тонкія вибраціи, которыя ни уменьшались, ни отклонялись внѣшними краями тѣлъ, но проходили большею частью черезъ нихъ, какъ будто они были прозрачны. Тѣмъ не менѣе, внутри этихъ организмовъ были извѣстныя области, которыя останавливали эти тонкія вибраціи и обладали свойствомъ воспринимать ихъ, какъ глазъ воспринимаетъ свѣтъ. Въ связи съ этими областями были извѣстные чрезвычайно тонкіе органы, которые, въ свою очередь, могли колебать оболочку, посылая черезъ периферію тѣла тѣ же самыя тонкія вибраціи. Эти органы не имѣли особаго назначенія, но они служили источникомъ нѣкотораго симпатическаго общенія между жителями; они не дѣйствовали по опредѣленному пути, но, несомнѣнно, вызывали нѣкоторое случайное чувство. Когда женщина была повернута, какъ было описано, отношеніе ея очертаній къ оболочкѣ шара было нарушено и, нѣтъ ничего удивительнаго, что ея «атмосфера» исчезла.

2.

Во многихъ отношеніяхъ жители этого міра продвинулись дальше насъ, преслѣдуя болѣе простую задачу — какъ дѣйствовать на матерію въ одной

плоскости; и потому они больше насъ приблизились къ полному знанію свойствъ матеріи.

Все же, какъ ни велики ихъ познанія, примѣненіе ихъ очень ничтожно.

Подумайте только объ одномъ простомъ фактѣ, и вы увидите, какъ тщетны должны быть ихъ старанія.

Они не могутъ укрѣпить центръ колеса такимъ образомъ, чтобы оно вращалось вокругъ оси.

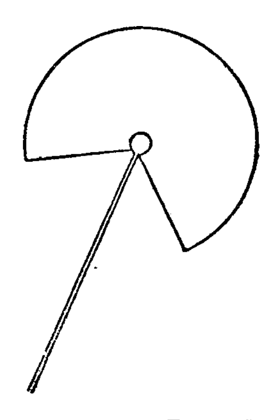


Рис. VIII.—Ближайшее подобіе колеса.

Посмотрите на колесо — небольшой дискъ, лежащій въ ихъ плоскости. Середина его касается поверхности шара, по которой свободно скользятъ всѣ вещи. Чтобы укрѣпить центръ, они должны были бы вколотить что-нибудь въ оболочку, — чего они не могутъ сдѣлать и чего, даже, вообразить не въ состояніи.

Если они сдѣлаютъ выемку въ дискѣ, то могутъ достигнуть до его центра. Но тогда палочка, которую они вкладываютъ, помѣшаетъ вращаться диску.

Самое большее приближеніе къ колесу съ неподвижнымъ центромъ, какое для нихъ достижимо, показано на рисункѣ VIII; это часть обыкновеннаго диска, которая поворачивается вокругъ гладкаго конца палочки, вдѣланной въ выемку вырѣзанную въ дискѣ.

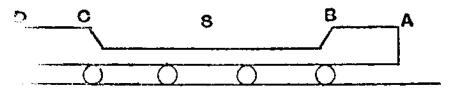


Рис. IX. — Повозка.

Ихъ повозки показаны на прилагаемомъ рисункѣ. Это просто палочки, положенныя на валики: если тянуть палочку, то валики вращаются и палочки скользятъ, подобно тому, какъ корабль скользитъ на валикахъ, которыми пользуются моряки, когда вытаскиваютъ судно на берегъ. Какъ только эти валики выкатываются изъ-подъ палочки, по мѣрѣ ея движе-

нія впередъ, они должны быть приподняты и переданы поверхъ повозки для помѣщенія вновь передъ нею. Такимъ образомъ, для каждой повозки имѣется нѣсколько маленькихъ дисковъ или валиковъ, которые при ея движеніи передаются надъ повозкой, сзади напередъ.

Нѣтъ возможности сдѣлать это движеніе непрерывнымъ. Нужно ждать каждый валикъ, который поднимаютъ и передаютъ отдѣльно. А для того, чтобы положить валикъ передъ повозкой, веревка, которая тянетъ повозку, должна быть каждый разъ отвязана и вновь привязана.

Рисунокъ IX показываетъ, что въ самомъ остовѣ повозки имѣется выемка. Возница сидитъ на части АВ. Въ углубленіе отъ В до С помѣщается грузъ, почему онъ не можетъ выпасть у концовъ повозки. Нѣтъ ничего въ повозкѣ, что удерживало бы грузъ отъ выпаденія съ боковъ.

Но какъ повозка, такъ и ея содержимое, съ одной своей стороны соприкасаются съ гладкой поверхностью шара и такимъ образомъ ею поддерживаются; съ другой же стороны — они въ силу притяженія, оказываемаго оболочкою шара, не могутъ подняться надъ его поверхностью.

Такимъ образомъ, поверхность шара и сила его притяженія замѣняютъ двѣ другія стороны повозки.

Но жители ничего не знаютъ объ этихъ двухъ сторонахъ и имъ кажется вполнѣ естественнымъ, что кладь всякаго рода и, даже жидкость, вполнѣ сохраняются въ повозкѣ съ двумя боками.

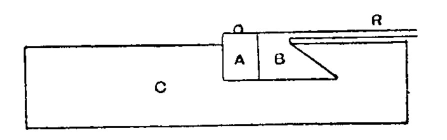


Рис. X. — Какъ веревка прикрѣпляется къ повозкѣ.

Веревка укрѣпляется въ повозкѣ слѣдующимъ образомъ: С — остовъ повозки; R — веревка, оканчивающаяся въ деревянной перекладинѣ В; А — продолговатый кусокъ дерева. Когда веревка должна быть вынута, А приподнимается посредствомъ ручки,

B скользитъ назадъ и вынимается изъ углубленія въ C, веревка освобождается. Подобнымъ же образомъ она снова закрѣпляется.

У насъ существуетъ весьма простой способъ для приведенія въ дѣйствіе машинъ, посредствомъ валовъ. Длинный стержень вращается и по всему своему протяженію, въ разныхъ мѣстахъ, имѣетъ колеса. Но для жителей плоскости было бы невозможно такъ дѣйствовать, потому что вращательное движеніе вокругъ стержня не можетъ происходить, не выходя изъ тонкаго слоя плоскости. Ихъ методъ сводится къ передачѣ движенія посредствомъ длинныхъ стержней, или путемъ цѣлаго ряда короткихъ стержней, или при помощи нѣкоторой системы маятниковъ, или, наконецъ, посредствомъ колесъ, которыя приводятъ въ движеніе одно другое.

Что касается ихъ науки, то самое лучшее изложить краткую исторію ея возникновенія.

Они сдѣлали открытіе, что находятся на дискѣ, вращающемся вокругъ внутренняго центра, и двигаются по пути, пролегающемъ вокругъ источника свѣта и тепла.

Они замѣтили, что удерживаются на этомъ пути силой притяженія. Но эта сила притяженія у нихъ не была такою же, какъ у насъ. У насъ вліяніе одной частицы на другую распространяется въ пространствѣ такимъ образомъ, что коль скоро разстояніе удваивается отъ центра притяженія, то сила, проявляемая частицею, становится въ четыре раза меньше той, какою она обладала при первоначальномъ разстояніи.

Между тѣмъ, у нихъ, съ увеличеніемъ разстоянія вдвое, сила притяженія уменьшается вдвое. Это потому, что свѣтъ или сила притяженія, или сила какогонибудь иного рода, исходящая отъ частицы, распространяется лишь вдоль оболочки, а не переходитъ въ пространство внизъ или вверхъ. Если бы они находились на сплошной сферѣ, вмѣсто полаго шара, законы притяженія были бы тѣ же, что и у насъ. Но шаръ, на которомъ они находились былъ тонокъ, по сравненію съ путями, вдоль которыхъ расходи-

лась лучистая энергія. Такимъ образомъ, каждая сила, будучи удержана на одной плоскости, уменьшалась пропорціонально разстоянію отъ центра ея дѣйствія *).

Трудно разрѣшимой задачей являлся для нихъ вопросъ, какъ свѣтъ исходитъ изъ центральнаго круга. Они знали, что ихъ атмосфера распространялась лишь на небольшое разстояніе надъ поверхностью диска. И сверхъ того, она была совсѣмъ неспособна передавать вибраціи свѣта и теплоты.

Изучая природу свѣта, они убѣдились, что для передачи его должна существовать среда чрезвычайной упругости между ними и самимъ источникомъ свѣта.

Легко понять, что то, что они принимали за передаточную среду между ними и ихъ солнцемъ, на самомъ дѣлѣ, была та поверхность, на которой они находились. Эта упругая оболочка колебалась по направленію, перпендикулярному къ слою, который они называли матеріей, и захватывала съ собою частички матеріи. Но, не имѣя иного представленія кромѣ того, что поверхность, на которой они находятся, составляетъ все пространство, они думали, что пространство должно быть заполнено этой твердой средой. Они находили, что вибраціи среды происходили подъ прямымъ угломъ къ направленію, по которому распространялся лучъ. Но они не представляли себѣ движенія подъ прямымъ угломъ къ ихъ плоскости; они думали, что оно должно было происходить въ самой ихъ плоскости.

Для нихъ было загадкой, какимъ образомъ ихъ дискъ скользитъ съ такимъ малымъ треніемъ сквозь окружающую его среду. Они заключили, что эта среда была чрезвычайно рѣдкою. Еще болѣе они были озадачены, когда явилось основаніе думать, что это непрозрачная субстанція; а между тѣмъ, предположить, чтобъ это было что-либо иное, чѣмъ среда заполняющая ихъ пространство, — казалось для нихъ

---

*) См. Приложеніе.

непостижимымъ. Они никогда не могли отличить ее отъ совершенной пустоты. Принимая же ее за пустоту, они попросту упраздняли, такъ сказать, поверхность, на которой жили.

Въ одномъ отношенiи разрѣшенiе загадки могло быть для нихъ выгоднымъ. Согласно съ ихъ закономъ притяженiя, движенiе вокругъ ихъ солнца не могло быть долговѣчнымъ: они постепенно падали на свое солнце и были къ нему все ближе и ближе. Но сдѣлай они только соотвѣтственную попытку и имъ удалось бы удержаться на поверхности, по которой скользили. Напримѣръ, бороздя ее при помощи рѣжущихъ орудiй, они могли бы направить свой мiръ и самихъ себя по желательному пути вокругъ солнца. И въ самомъ дѣлѣ, возможно представить себѣ ихъ плавающими по доброй волѣ по ихъ вселенной, т. е. по поверхности ихъ полаго шара.

Ихъ неосвѣдомленность оказалась для нихъ злополучною еще и въ другомъ отношенiи. Не сознавая факта существованiя поддерживающей ихъ поверхности, они мнили себя подвѣшенными въ пространствѣ и совершенно изолированными отъ прочаго мiра; а такое ненадежное состоянiе вызывало въ нихъ недостатокъ чувства солидарности съ остальною вселенною.

Мы видѣли, что ихъ законы механики очень отличались отъ нашихъ. Но все же они имѣли нѣкоторый опытъ и въ отношенiи нашихъ началъ механики, и этотъ опытъ получался ими весьма курьезнымъ образомъ. Всѣ тѣла, во всѣхъ своихъ движенiяхъ были ограничены поверхностью плоскости. Но мельчайшiя частицы пользовались большею свободною движенiя. Хотя онѣ могли отдѣлиться отъ оболочки, на которой находились, только на очень малое разстоянiе, все же онѣ были способны двигаться перпендикулярно къ ней. Такимъ образомъ, длинная цѣпь частицъ, соединенныхъ вмѣстѣ, могла вращаться цѣликомъ, сохраняя прямую линiю, подобно скручивающейся проволокѣ, и при помощи многихъ рядовъ частицъ, соединенныхъ подобнымъ же образомъ, движенiя могли передаваться по направленiю, которое совершенно не походило на

направленіе механическихъ движеній, наблюдаемыхъ надъ большими массами.

Такое вращательное движеніе вокругъ оси, лежащей въ плоскости, являлось для нихъ тѣмъ же, чѣмъ является электричество для насъ. Это была совершенно таинственная сила, но она оказалась чрезвычайно полезною въ своихъ примѣненіяхъ. Не имѣя никакого понятія о вращеніи, которое во время своего дѣйствія выходило изъ ихъ поверхности, они не могли постичь причину подобныхъ движеній.

Легко можно представить себѣ сколько родовъ силъ было въ ихъ распоряженіи. Было вращательное движеніе маленькихъ частицъ матеріи на самой поверхности. Они знали о немъ, оно вызывало многія внѣшнія явленія, но оно не годилось для передачи движенія на большія разстоянія, такъ какъ каждая частица могла встрѣтить препятствіе при своемъ вращеніи въ смежной частицѣ. Иногда, однако, при благопріятныхъ условіяхъ, такія вращенія бывали довольно стройны и тогда въ ихъ матеріи возникали волны, похожія на волны нашего океана.

Сверхъ того тамъ существовало еще два рода движенія. Одно состояло въ колебаніи вверхъ и внизъ оболочки, поддерживавшей матерію; другое заключалось въ скручиваніи рядовъ частицъ, плотно соединенныхъ вмѣстѣ. Колебаніе вверхъ и внизъ оболочки составляло для нихъ свѣтъ. Виды матеріи, не оказывавшіе препятствія этому движенію, назывались прозрачными; другіе же виды матеріи задерживавшіе движеніе или отражавшіе его, назывались непрозрачными.

Вращательное движеніе, или скручиваніе вокругъ оси, было для нихъ тѣмъ, чѣмъ для насъ электричество. И когда это скручивающее движеніе, въ одномъ или въ другомъ направленіи, передавалось частицамъ небольшихъ массъ, свободно двигающимся, получались любопытныя явленія, аналогичныя движеніямъ наэлектризованныхъ тѣлъ. Повидимому, тамъ не было другихъ возможныхъ вращеній или движеній; слѣдовательно въ томъ мірѣ не было ничего соотвѣтствующаго магнетизму. Ихъ свѣтъ не былъ сложенъ и не

могъ быть разлагаемъ, подобно нашему, на два рода поляризованнаго свѣта.

Не было ли тамъ какого указанія, благодаря которому жители того міра могли догадываться о своей собственной ограниченности? Напротивъ. Передъ ними постоянно находилось и самое указаніе, и его объясненіе. Они знали, что могутъ имѣть два совершенно подобныхъ треугольника, но все же такихъ, которые не могутъ быть совмѣщены другъ съ другомъ какимъ бы то ни было движеніемъ въ ихъ плоскости. Какимъ образомъ двѣ вещи, столь сходныя, могли все же, какъ-то таинственно, различаться одна отъ другой, это оставалось для нихъ загадкой. Въ качествѣ примѣра такихъ треугольниковъ можно взять треугольники, показанные на рисункѣ VI, прѐдставляющіе мужчину и женщину. Они могутъ быть абсолютно равны, однако существа въ плоскомъ мірѣ не въ состояніи повернуть ихъ такъ, стобъ они совпали другъ съ другомъ.

Между тѣмъ, если бъ они приняли во вниманіе существа, находящіяся на низшей ступени существованія въ пространствѣ, чѣмъ они сами, то нашли бы отвѣтъ на свою загадку. Взгляните на существо, совмѣщающееся съ линіей C′ B′ A′ M A B C Пусть M будетъ такое существо; пусть оно видитъ три точки ABC и имѣетъ представленіе о ихъ взаимномъ расположеніи, вслѣдствіе оцѣнки разстоянія, какое ему слѣдуетъ пройти, чтобы достигнуть одной, пройдя мимо другой.

Пусть оно также будетъ освѣдомлено о трехъ точкахъ A′B′C′, образующихъ совершенно подобную же группу по другую его сторону.

Можно возразить, что существо въ линіи не можетъ себѣ представить никакой точки, лежащей за A, и его опытъ будетъ ограниченъ точками A A′. Если A и A′ матеріальныя частицы, возраженіе, дѣйствительно, было бы вѣрно, но мы можемъ предположить, что эти точки представляютъ лишь мѣста на линіи, отмѣченныя холодомъ, или тепломъ, или чѣмъ-нибудь подобнымъ. Тогда существо могло бы познавать рядъ

положеній въ своемъ пространствѣ, такихъ какъ А, В, С и А′, В′, С′.

Если оно сопоставитъ обѣ группы, то найдетъ, что онѣ сходны во всѣхъ отношеніяхъ. Но оно не можетъ заставить ихъ совпадать, такъ какъ, если оно толкаетъ группу АВС вдоль линіи, то, когда АВ и А′В′ будетъ вмѣстѣ, С окажется какъ разъ тамъ, гдѣ не должно бы быть, то есть, оно не будетъ на С′. Если ему удастся получить С на С′, тогда АВ отойдутъ слишкомъ далеко.

Оно не будетъ въ состояніи ни заставить ихъ совпадать, ни представить себѣ ихъ совпаденіе.

Во всѣхъ доступныхъ ему опытахъ не найдется движенія, которое могло бы заставить ихъ совпасть.

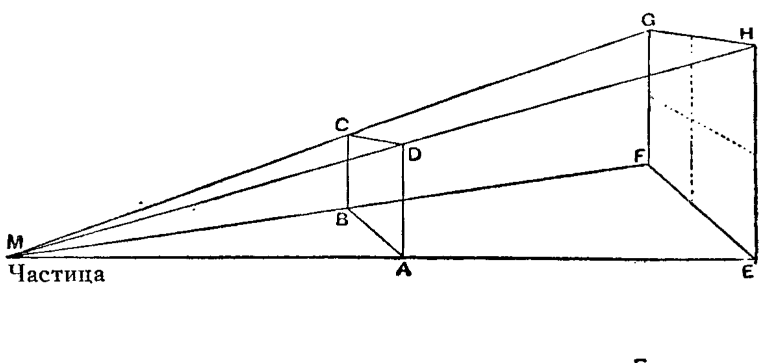
Житель же міра въ плоскости легко могъ бы заставить совпасть эти группы точекъ, потому что онъ повернулъ бы всю линію въ своей плоскости такъ, что А совмѣстилось бы съ А′, В съ В′ и С съ С′. Сдѣлать это не представилось бы никакого затрудненія. И ему случается это дѣлать просто въ силу возможности для него такого движенія, между тѣмъ, какъ оно невозможно для существа въ линіи. Онъ обладаетъ свободой движенія, неизвѣстной для существъ въ линіи.

Теперь, почему бы ему не разсуждать такимъ образомъ: «То, что не постижимо для существа въ линіи, для меня постижимо. Слѣдовательно, развѣ вещи для меня непостижимыя не могутъ быть возможными? Напримѣръ, два подобныхъ треугольника, совпаденія которыхъ я не могу себѣ представить, развѣ никакимъ путемъ нельзя заставить совпасть?»

Въ этомъ простомъ фактѣ, постоянно имъ наблюдаемомъ, заключалось дѣйствительное разрѣшеніе всей загадки, если бы только онъ взглянулъ на него какъ на признакъ своей органической ограниченности, какъ на обѣтъ освобожденія отъ нея, хотя бы въ мысляхъ, какъ на ключъ къ объясненію таинственныхъ, мелкихъ процессовъ, совершавшихся вокругъ него, а можетъ быть и какъ на средство къ постиженію высшей жизни.

ПРИЛОЖЕНІЕ.

Въ нашемъ мірѣ частичка матеріи, распространяющая свое вліяніе на окружающую среду, не передаетъ излучаемую ею энергію вдоль плоскости, но ея вліяніе расходится во всемъ пространствѣ. Въ данномъ случаѣ наиболѣе подходящимъ примѣромъ служитъ блестящая точка, отъ которой лучи расходятся по всѣмъ направленіямъ. Пусть М, на рисункѣ XI, будетъ такою точкою, то есть частицею матеріи, распространяющею лучи въ нашемъ трехмѣрномъ пространствѣ.



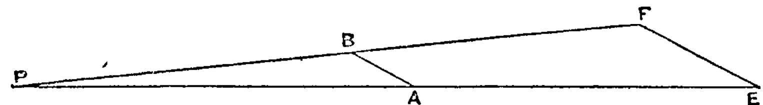


Рис. X.—Частицы, проявляющія силу въ пространствѣ и на плоскости.

Вмѣсто того, чтобы изучать, какъ эти лучи распространяются вокругъ М по всѣмъ направленіямъ, разсмотримъ только тѣ лучи, которые, исходя изъ М, падаютъ на квадратъ ABCD. ABCD отбрасываетъ тѣнь, и эта тѣнь расширяется и становится тѣмъ больше, чѣмъ дальше отъ М будемъ ее измѣрять. Предположимъ, что на разстояніи МЕ отъ М мы помѣстимъ квадратъ на пути тѣни такъ, чтобы какъ разъ получить на немъ тѣнь. Пусть EFGH изображаетъ этотъ квадратъ. Какъ показано пунктиромъ, квадратъ этотъ въ четыре раза больше квадрата ABCD. Итакъ, когда

разстояніе удвоено, тѣнь увеличивается въ четыре раза.

Эти лучи свѣта, падающіе на квадратъ ABCD, если они имъ не прерываются, то могутъ распространиться такъ, чтобы совсѣмъ покрыть EFGH. Такимъ образомъ, то же количество свѣта, которое падаетъ на малый квадратъ ABCD можетъ, если его отнять, упасть на большой квадратъ EFGH.

Если большой квадратъ въ четыре раза больше малаго квадрата, и то же количество лучей на него падаетъ, потому что онъ получаетъ только тѣ лучи, которые упали бы на малый квадратъ, то въ каждой его части освѣщеніе должно быть въ четыре раза слабѣе, чѣмъ въ соотвѣтственной части малаго квадрата.

Такимъ образомъ, малый квадратъ, если стоитъ на своемъ мѣстѣ, кажется въ четыре раза ярче, чѣмъ большой квадратъ.

Итакъ, когда разстояніе отъ источника свѣта удвоено, количество свѣта, получаемаго поверхностью данной площади, составляетъ четвертую часть въ сравненіи съ количествомъ свѣта, получавшимся при первомъ положеніи.

Вотъ что подразумѣвается подъ измѣненіемъ обратно пропорціональнымъ квадрату разстоянія. Когда разстояніе удваивается, сила свѣта не только меньше, но уменьшается на половину и еще на половину и становится четвертою частью прежней силы.

Но этотъ законъ не годится для случая съ частицей, находящейся на тонкомъ металлическомъ листѣ, какъ, напримѣръ, на металлической тарелкѣ, если она колеблется отъ удара скрипичнымъ смычкомъ.

Возьмемъ второй рисунокъ. Пусть P будетъ частицею, излучающею энергію, и пусть исходящее отъ нее вліяніе падаетъ на тонкій прутикъ AB, лежащій на плоскости. Предположимъ, что прутикъ останавливаетъ вибраціи, не давая имъ проходить за собою, воспринимаетъ и отражаетъ ихъ и, вообще, какъ каждое тѣло, реагируетъ на свѣтъ. Тогда получится «тѣнь» отъ AB, которая пойдетъ въ противоположную

сторону отъ P; если другой прутикъ EF будетъ помѣщенъ на разстояніи PE, двойномъ отъ PA, то, чтобы точно соотвѣтствовать тѣни, онъ долженъ быть вдвое длиннѣе AB; вибраціи, падавшія на AB, совершенно точно упадутъ на EF. Если же EF вдвое длиннѣе AB, то вибраціи, падающія на какую-нибудь ея часть, будутъ вдвое слабѣе тѣхъ вибрацій, которыя падаютъ на часть матеріи того же размѣра, лежащей въ AB.

Итакъ, въ плоскости вліяніе или сила, оказываемая всякой частицей, уменьшается пропорціонально разстоянію. Она измѣняется не «обратно пропорціонально квадрату разстоянія», но лишь «обратно пропорціонально разстоянію».

Многія измѣренія.

Въ связи съ вопросомъ о высшемъ пространствѣ иногда дѣлаютъ такого рода замѣчаніе:

«Если есть четыре измѣренія, то быть можетъ существуетъ и пять, и шесть, и неограниченное количество измѣреній?»

Признаюсь, это такой вопросъ, задавать который мнѣ никогда не пришло бы въ голову. Однако, часто случается, что направленіе мысли наиболѣе намъ чуждое и не привлекательное, вознаграждаетъ насъ за пытливость и изслѣдованіе. Итакъ послѣдуемъ за поспѣшнымъ алгебраистомъ, для котораго такъ же легко написать пять, какъ четыре и «n», какъ пять. Посмотримъ, что представляется правильнымъ думать по этому вопросу.

Если мы предпримемъ изслѣдованіе четырехмѣрныхъ формъ, то найдемъ, что въ нихъ есть особенность того же рода, которая привела насъ къ предположенію реальности четырехмѣрнаго существованія, вытекающаго изъ разсмотрѣнія нѣкоторыхъ формъ. При четырехъ измѣреніяхъ мы можемъ имѣть двѣ фигуры совершенно одинаковыя во всѣхъ своихъ частяхъ, которыя, въ то же время, не могутъ двигаться такъ, чтобы занять мѣсто одна другой.

То же замѣчаніе можетъ быть сдѣлано и относительно пятимѣрныхъ фигуръ.

Это, казалось бы, даетъ право заключить о существованіи все высшей и высшей реальности. И если мы предположимъ, что тотъ же фактъ безусловнаго сходства между двумя предметами, существующій рядомъ съ отсутствіемъ возможности на-

ложенія предметовъ одинъ на другой, повторяется опять и опять, то мы принуждены будемъ признать существованіе высшихъ и высшихъ пространствъ и допустить существованіе неопредѣленнаго количества измѣреній.

Но оставимъ пока въ сторонѣ неопредѣленное изслѣдованіе этого вопроса и спросимъ себя, что означаетъ фраза: «безконечное множество измѣреній».

Этотъ вопросъ такъ живо напоминаетъ мнѣ одну восточную сказку, что я позволю себѣ уклониться на мгновеніе.

Говорятъ, однажды въ прохладной тиши утра подъ раскидистыми вѣтвями громадной пальмы стоялъ учитель. Кругомъ него собрались трое или четверо изъ его учениковъ, съ которыми онъ проводилъ часы своей уединенной жизни.

Не съ давнихъ поръ они такъ собирались вмѣстѣ.

Одинъ изъ нихъ былъ раньше воиномъ; давно тому назадъ онъ пришелъ къ учителю и спрашивалъ, что онъ долженъ дѣлать и получилъ въ отвѣтъ:

«Вернись назадъ и служи своему повелителю. Придетъ день, когда ты выполнишь назначеніе своей жизни и голосъ внутри тебя заговоритъ ясно».

И солдатъ вернулся къ походной жизни, къ маршамъ и битвамъ, пока наконецъ, послѣ свирѣпаго сраженія, продолжавшагося цѣлый день, онъ не бросилъ свое оружіе и, миновавъ страну враговъ, не пришелъ къ мѣсту, гдѣ училъ учитель.

Его сослуживцы, послѣ долгихъ поисковъ своего вождя, похоронили съ почестями тѣло человѣка, неузнаваемаго отъ массы ранъ.

Теперь онъ сидѣлъ на голомъ камнѣ и слушалъ. Около него стоялъ человѣкъ моложе его. Онъ былъ купцомъ; томимый безспокойнымъ любопытствомъ и жаждой наживы, онъ изъѣздилъ весь свѣтъ. Когда же, въ минуту недоумѣнія, онъ спросилъ учителя, что онъ долженъ дѣлать, ему было сказано:

«Путешествуй и посѣщай всѣ страны земли; когда жажда къ перемѣнѣ удовлетворится, внутренній голосъ подскажетъ что дѣлать».

И онъ путешествовалъ много и во время своихъ скитаній посѣтилъ отдаленнѣйшія страны свѣта и пріобрѣлъ несмѣтныя богатства путемъ купли и продажи.

Но когда его склады переполнились, когда его богатство превзошло всѣ его мечты, онъ все это бросилъ и, отыскавъ этотъ холмъ, сталъ жить, внимая словамъ учителя.

Рядомъ съ ними нѣкто, полулежавшій на землѣ, по своему виду едва ли могъ быть подходящимъ товарищемъ для остальныхъ. И дѣйствительно онъ былъ однимъ изъ тѣхъ, чья жизнь представляла для учителя наибольшій интересъ.

Онъ не стремился къ активной жизни, или къ жизни полной приключеній, какъ двое другихъ, но былъ рабомъ нуждъ своей плоти. Тѣмъ не менѣе, не взирая на свои пороки, онъ замѣтилъ, что учитель находитъ слово для каждаго, почему и онъ сталъ умолять его, сказать что ему дѣлать.

Учитель совѣтовалъ ему сначала одно, потомъ другое, но онъ не имѣлъ силъ бороться съ самимъ собою и не могъ сдерживать даже на короткое время своихъ плотскихъ желаній, а, предаваясь вину и праздности, велъ жизнь скотскую.

Тогда учитель, окликнувъ его по-дружески, сказалъ:

«Я не буду больше стараться сдерживать тебя, потому что развѣ твое тѣло, какъ и дождевыя тучи и само небо, не есть часть той вѣчно мѣняющейся панорамы, которая простирается передъ нашими глазами? Итакъ, ухаживай старательно за своей плотью, угождай ея требованіямъ съ величайшей заботливостью, потому что въ этомъ твое призваніе. Когда же сознаешь, что оно представляетъ лишь пустую завѣсу,—приходи ко мнѣ».

И этотъ человѣкъ просидѣлъ десять лѣтъ, созерцая серединную часть своего тѣла, пока, наконецъ, оно не разрослось до такихъ размѣровъ, что онъ не въ состояніи былъ подняться. Тогда онъ попросилъ близкихъ ему людей отнести его къ учителю; и теперь

онъ тоже внималъ словамъ, попадавшимъ въ воспріимчивыя уши.

Много дней они такъ бесѣдовали и каждый изъ нихъ, уходя съ наступленіемъ ночи въ свою тростниковую хижину, обдумывалъ слова учителя. И въ каждомъ изъ нихъ произошла перемѣна.

Въ жесткомъ и суровомъ лицѣ солдата появилось выраженіе кротости. Быстрый, наблюдательный взглядъ путешественника теперь по временамъ сталъ походить на взглядъ человѣка, который созерцаетъ широкія дали, лежащія за предѣлами земли. А въ тупомъ, невыразительномъ лицѣ того, кто жилъ, поглощенный созерцаніемъ своей плоти, появился разгорающійся огонекъ разума.

Въ этотъ день учитель сталъ объяснять имъ устройство вселенной. Онъ сказалъ имъ многое, что поразило ихъ удивленіемъ. Онъ говорилъ имъ о таинственныхъ потокахъ жизни, исходящихъ изъ тѣлъ и формъ, видимыхъ нами, которыя, разсѣиваясь въ мельчайшихъ частицахъ земли, собираются опять при помощи сѣмени, листьевъ и плодовъ и соприкасаются вновь съ душою; душа же, въ свою очередь, претерпѣваетъ много превратностей въ той смѣшанной ткани разнообразныхъ началъ, которую называемъ человѣческой жизнью.

Онъ видѣлъ ихъ изумленіе и интересъ и чувствовалъ ихъ желаніе знать. А такъ какъ онъ не усматривалъ зла въ удовлетвореніи ихъ желанія, то и сталъ объяснять имъ сокровеннѣйшіе факты относительно ихъ физическаго существованія. И разсказывая о вселенной, заключавшей все, что они видѣли и знали, отъ блистающихъ звѣздъ до ничтожной былинки, онъ сказалъ:

«Міръ покоится на слонѣ» и остановился.

Воинъ ничего не сказалъ. Молчалъ и тотъ, который былъ поглощенъ удовлетвореніемъ своей плоти; — но если бъ, даже, онъ и заговорилъ, это не имѣло бы значенія, потому что съ инстинктивнымъ и правильнымъ отношеніемъ полукультурнаго ума къ ближайшему предмету, который послѣднимъ предсталъ

передъ его интеллектомъ, онъ сказалъ бы, если бъ заговорилъ: «Я обожаю слона». И учитель привѣтствовалъ бы это замѣчаніе ласковой улыбкой и продолжалъ бы свою рѣчь.

Но только что онъ хотѣлъ овладѣть нитью своихъ разсужденій, какъ услышалъ поспѣшный вопросъ путешественника, слушавшаго его съ большимъ вниманіемъ.

Увы! Во время своихъ скитаній онъ исколесилъ бо̀льшую часть земного шара и былъ, между прочимъ, на Западѣ, гдѣ даже въ тотъ ранній историческій періодъ преобладало направленіе мысли, совершенно не свойственное характерному спокойствію, глубинѣ и созерцательности умовъ Востока.

Движимый этимъ безпокойнымъ, скептическимъ духомъ, онъ воскликнулъ:

«А на чемъ стоитъ слонъ?»

— «На черепахѣ», отвѣчалъ святой человѣкъ. И если бъ онъ не былъ выше всѣхъ человѣческихъ страстей, въ его тонѣ чувствовалась бы насмѣшка. Онъ больше не поучалъ ихъ. Зачѣмъ ему было говорить имъ объ этихъ вещахъ? Не лучше ли было настаивать на постоянномъ совершенствованіи взаимной братской любви и на отправленіи обязанностей сопряженныхъ съ благочестивой жизнью?

И, однако, нельзя не пожалѣть, что этотъ несчастный вопросъ былъ предложенъ. Если бы только злополучный ученикъ ограничился, напримѣръ, словами: «поищемъ же слона», или, еще лучше, если бы онъ совсѣмъ промолчалъ — чего бы только мы не знали теперь!

И если даже тогда, въ ту отдаленную эпоху такой вопросъ остановилъ потокъ священной мудрости, каково же должно быть вліяніе нашей современной мысли?

Теперь подобный ученикъ не ограничился бы просто вопросомъ, «на чемъ покоится слонъ?» Напротивъ, онъ развязно спросилъ бы однимъ духомъ, — «скажи мнѣ, на что опирается слонъ, и на чемъ стоитъ

то, что поддерживаетъ слона, и на чемъ помѣщается сама поддержка? и такъ далѣе до безконечности».

Такимъ образомъ мы видимъ, даже на примѣрѣ того потока, который вытекаетъ изъ бассейна премудрости и слабо струится въ нашихъ собственныхъ душахъ, какое задерживающее вліяніе испытывается въ присутствіи извѣстнаго настроенія ума, склоннаго вѣчно предлагать вопросъ, — а что лежитъ позади того-то, доискиваясь все точныхъ отдаленныхъ причинъ и не удовлетворяясь познаніемъ причинъ ближайшихъ.

Дѣйствительно, если обладаніе фактическимъ знаніемъ благодѣтельно, то подобный вопросъ составляетъ несчастье. И что могло быть найдено болѣе подходящее для описанія этого всеподдерживающаго эластичнаго и плотнаго эѳира, если не широкая дугообразная спина самаго большого животнаго, извѣстнаго на землѣ, — творенія, наиболѣе выносливаго и изъ всѣхъ существъ послѣ человѣка наиболѣе умнаго и соотвѣтственнаго?

Учитель зналъ, какимъ образомъ всѣ міры удерживаются вмѣстѣ — и зналъ много чего другого!

И въ самомъ дѣлѣ, не вкрадывается ли въ насъ могущественно это сознаніе по отношенію къ тѣмъ изъ восточнаго міра, съ кѣмъ судьба благоволитъ насъ сталкивать?

О себѣ могу сказать, что, несмотря на многое узнанное мною въ бесѣдахъ съ ними, они все же парятъ высоко надъ моими познаніями; они, или тѣ, отъ которыхъ они пріобрѣтаютъ познанія, обладаютъ такими свѣдѣніями, въ сравненіи съ которыми всѣ мои умственныя силы могутъ имѣть только второстепенное значеніе и примѣненіе.

Что это такое, я не знаю и никогда они не приближались къ тому, чтобы объяснить мнѣ это. Тѣмъ не менѣе я къ нимъ чувствую задушевную симпатію, потому что я, подобно имъ, осязаю въ себѣ внутреннее радостное единеніе съ тѣмъ источникомъ, который лежитъ выше всѣхъ положеній, тезисовъ и доказательствъ. Я имѣю внутренняго друга, чье присутствіе

въ моемъ умѣ на полчаса имѣетъ для меня большее значенiе, чѣмъ всѣ космогонiи, прочитанныя мною когда-либо. И всѣ мысли мои объ этихъ ученiяхъ являются только мелкими обрывками, смѣшанными съ невѣжествомъ и заблужденiемъ. Въ чемъ заключается ихъ тайна, я не знаю; моя же тайна довольно скромна — это внутреннее пониманiе пространства.

Я часто думалъ во время ѣзды по желѣзной дорогѣ, наблюдая, между темными подземными станцiями, посыльныхъ и разныхъ парней, склонявшихся надъ лоскутами плохо отпечатанной газеты и читающихъ страшныя исторiи, — я часто думалъ, насколько лучше было бы, если бы они были заняты тѣмъ, что я назвалъ бы «общенiемъ съ пространствомъ». Въ этомъ было бы безконечно много отрады, поэзiи и интереса; гораздо больше, чѣмъ могутъ доставить эти измятыя, пестрящiя газеты, безобразныя по формѣ и по своему содержанiю.

И все же, всматриваясь изъ любопытства съ микроскопомъ въ эти газеты все пристальнѣе и пристальнѣе, я увидѣлъ, что въ этихъ расплывчатыхъ ударахъ чернилъ и въ грубой волокнистой ткани каждая часть была вполнѣ опредѣленной и простиралась строго настолько-то и не дальше, правильно до мелочности. Эта глубина и богатство формъ, это разнообразiе и полнота размѣровъ въ одинъ моментъ показали мнѣ сущность дѣла въ такомъ свѣтѣ, въ какомъ самыя безумныя мои мечты не могли ее представить.

И тогда я почувствовалъ себя такъ, какъ чувствовалъ бы себя человѣкъ, если бы темныя воды фабричнаго города вдругъ разступились, и изъ нихъ вышла бы и въ нихъ и черезъ нихъ поднялась бы Афродита, лучезарная, сiяющая и озаряющая свой путь къ голубому небу сквозь дымъ и гарь города; потому что тамъ въ этихъ шероховатыхъ знакахъ и въ этой сморщенной бумагѣ, тамъ, если вы только вглядитесь, находится само пространство во всѣхъ его безконечныхъ опредѣленiяхъ формы.

Такимъ образомъ благоговѣйное и истинное отношенiе заключается не въ томъ, чтобы задавать фор-

мальные вопросы, но въ томъ, чтобы ввести то, что мы уже знаемъ, въ живое соприкосновенiе съ нашей мыслью.

Итакъ, слѣдующiй шагъ, послѣ того какъ мы переходимъ по другую сторону познанiя объ окружающихъ насъ вещахъ въ этомъ мiрѣ, заключается въ прiобрѣтенiи чувства и живого пониманiя четырехмѣрнаго пространства.

Но вопросъ представляется многимъ въ такомъ видѣ: «Что лежитъ по ту сторону»? И хотя наше знанiе не достаточно зрѣло, чтобы отвѣтить на этотъ вопросъ, тѣмъ не менѣе, торопясь впередъ раньше времени, мы можемъ спрашивать не о томъ, что лежитъ по ту сторону, но о томъ, что является естественнымъ для насъ думать относительно многихъ измѣренiй пространства при современномъ состоянiи нашихъ знанiй?

Станемъ на мгновенiе на точку зрѣнiя самаго обыкновеннаго здраваго смысла. Почему мы вообще думаемъ о пространствѣ? Чтобъ объяснить себѣ, какъ все въ немъ согласуется. Если бы все происходило однообразно, то мы не имѣли бы надобности думать о трехъ, или даже о двухъ измѣренiяхъ, — достаточно было бы одного. Но всплываютъ проблемы, вопросы практическiе, на которые надо какъ-нибудь отвѣтить. Мы видимъ, что вещи «заходятъ» другъ за друга, скрываются и исчезаютъ. Поэтому находимъ, что одной перемѣнной недостаточно. Если бъ мы совмѣщались съ линiей и смотрѣли только на одинъ предметъ, то постепенныя его измѣненiя, въ зависимости съ разстоянiемъ отъ насъ, составляли бы весь нашъ опытъ. Мы не называли бы этого «разстоянiемъ»; это былъ бы одинъ фактъ нашего опыта и, если бъ мы пожелали выразить его математически, мы должны были бы сказать — *измѣненiе одной перемѣнной.* Такимъ образомъ мы можемъ разсматривать какъ нѣчто тожественное — одномѣрное пространство и измѣненiе одной перемѣнной. Но пространство въ плоскости требуетъ уже двухъ перемѣнныхъ. Слѣдовательно не можетъ ли пространство въ

плоскости быть уподоблено нашему знанію объ измѣненіи двухъ перемѣнныхъ. Обитатель плоскости нуждается въ двухъ перемѣнныхъ, для того, чтобы дать себѣ отчетъ въ своемъ опытѣ. Онъ живетъ, мы говоримъ, въ двумѣрномъ пространствѣ.

Не имѣемъ ли права и здѣсь установить тожество и сказать, что то, что житель плоскости называетъ пространствомъ, составляетъ организованную массу знанія объ отношеніяхъ между двумя перемѣнными, — знанія, которое, такъ сказать, выросло въ его умѣ?

Мы говоримъ о разстояніи и о размѣрахъ, какъ будто каждое изъ нихъ представляетъ нѣчто намъ извѣстное въ самомъ себѣ. Но вообразите себѣ одаренную познавательною способностью душу, подвергнутую ряду перемѣнъ, зависящихъ отъ двухъ самостоятельныхъ причинъ. Если эти причины будутъ всегда оказывать свое воздѣйствіе совмѣстно и непрерывно, то не выработается ли въ душѣ идея о двухмѣрномъ пространствѣ? Не придетъ ли она къ заключенію, что она живетъ въ пространствѣ о двухъ измѣреніяхъ? Ея понятіе о числѣ перемѣнныхъ, которыми она можетъ объяснить свои переживанія, породитъ чувства пребыванія въ пространствѣ, а родъ пространства обусловится числомъ перемѣнныхъ, оказывающихъ, обыкновенно, на нее вліяніе.

Мы привыкли на практикѣ обходиться тремя перемѣнными; таковыя объясняютъ большую часть фактовъ, относящихся къ нашей повседневной жизни. Составляетъ ли то, что мы называемъ пространствомъ, организованное знаніе отношеній между этими перемѣнными? Не ручаясь за справедливость такого взгляда, примемъ его и отмѣтимъ вытекающія изъ него послѣдствія.

Очевидно, коль скоро допускаемъ присутствіе бо̀льшаго и бо̀льшаго количества самостоятельныхъ причинъ, — т. е. если мы находимъ, что таковыхъ, независимо другъ отъ друга дѣйствующихъ причинъ въ природѣ имѣется больше чѣмъ три, — намъ слѣдуетъ изучить общій видъ результатовъ, обусловли-

ваемыхъ сочетаніемъ въ разной степени интенсивности этихъ четырехъ или болѣе началъ, или причинъ нашихъ впечатлѣній. Слѣдовательно мы должны выработать въ себѣ соотвѣтственныя умственныя способности, которыя были бы въ состояніи легко и быстро разбираться въ сочетаніяхъ этихъ причинъ. Такія умственныя способности могутъ быть выяснены въ нашемъ сознаніи путемъ ощущенія бытія въ четырехмѣрномъ (или болѣе-мѣрномъ) пространствѣ.

Страннымъ кажется говорить о такомъ ограниченномъ количествѣ причинъ, какъ, напримѣръ, три, потому что въ событіяхъ, происходящихъ вокругъ насъ, мы усматриваемъ большое разнообразіе причинъ. Существуетъ склонность къ паденію, есть движеніе вѣтра, есть дѣйствія человѣческихъ существъ, изъ коихъ каждое вызываетъ свои слѣдствія, а кромѣ того существуетъ много другихъ причинъ.

Но, когда мы вглядываемся въ нихъ, обнаруживаемъ, что не всѣ онѣ независимы одна отъ другой и могутъ быть различными формами той же самой причины.

Въ самомъ дѣлѣ, если мы предполагаемъ, что живемъ въ трехмѣрномъ пространствѣ и что каждая перемѣна и каждое явленіе есть результатъ движенія малыхъ частицъ матеріи, то, въ концѣ концовъ, будутъ только три независимыя движенія, а именно тѣ, по направленію которыхъ частица можетъ двигаться.

Такимъ образомъ казалось бы, что коль скоро никто не станетъ отрицать, что существуетъ безконечное количество независимыхъ причинъ въ природѣ, то образованіе въ насъ чувства высшихъ и высшихъ родовъ пространства является просто необходимостью, потому что наше знаніе становится все глубже и мы приходимъ въ соприкосновеніе все съ большимъ и большимъ числомъ этихъ причинъ.

Можно было бы сказать, что эти причины могутъ очень отличаться одна отъ другой; одна можетъ быть постигаема какъ любовь, другая какъ цвѣтъ, иная какъ разстояніе. Но такой взглядъ едва ли можно

поддерживать; чтобы понять нѣкоторую причину, она должна быть въ соотвѣтствіи съ прочими причинами, которыя нами уже поняты. Если она вполнѣ извѣстна, то должна дѣйствовать однообразно съ остальными, узнанными нами по опыту. Безъ сомнѣнія существуетъ безконечное количество причинъ, доставляющихъ для опыта такое обиліе случаевъ, изъ которыхъ интеллектъ можетъ охватить только незначительную часть. Но когда интеллектъ овладѣваетъ этой частью, онъ всматривается, что происходитъ, какія возникаютъ измѣненія въ существовавшихъ уже возможностяхъ и какія порождаются новыя разновидности, изъ которыхъ настоящій опытъ производитъ выборъ. Такимъ образомъ, если существо, имѣвшее опытъ, обусловливаемый вліяніемъ двухъ причинъ, и потому обитавшее въ пространствѣ двухъ измѣреній, подверглось бы вліянію третьей причины, оно прежде всего нашло бы, что случилось многое, чего не можетъ объяснить извѣстными ему пространственными отношеніями. Тогда оно постепенно дошло бы до идеи о трехмѣрномъ пространствѣ. Слѣдовательно пространство происхожденіемъ своимъ обязано было бы не какому-либо свойству самихъ причинъ, а только ихъ числу.

Итакъ, когда мы умомъ начинаемъ постигать какую-нибудь новую независимую причину, мы должны пріобрѣтать чувство новаго измѣренія; вопросъ же о пространствѣ и пространственномъ отношеніи совершенно независимъ отъ природы этихъ причинъ, такъ какъ истинное и систематическое пониманіе ихъ побуждаетъ насъ къ расширенію нашего чувства пространства. Неизвѣстное представляется намъ, обыкновенно въ свойствахъ мельчайшихъ частицъ матеріи, которые созидаютъ различные «роды» пространства. И вотъ, знакомясь съ матеріею ближе и ближе, мы найдемъ, что нуждаемся въ большемъ и въ большемъ числѣ измѣреній. Молекулярныя же силы въ одномъ родѣ пространства будутъ признаны физическими силами слѣдующаго, высшаго пространства.

А именно, когда въ нашемъ пространствѣ мы объяснимъ все, что можетъ быть объяснено при предпо-

ложенiи движенiя частицъ въ нашемъ пространствѣ, мы найдемъ, что получился нѣкоторый необъясненный остатокъ и тогда этотъ остатокъ будетъ объясненъ четырехмѣрнымъ движенiемъ малѣйшихъ частицъ. Широкiя, видимыя движенiя представляютъ просто движенiя въ трехмѣрномъ пространствѣ, но потребуется объяснить остаточный феноменъ высшаго рода пространства.

Тѣмъ не менѣе, все это представляетъ, мнѣ кажется, безплодный взглядъ и я убѣжденъ, что гораздо правильнѣе думать о пространствѣ — а иначе, на самомъ дѣлѣ, мы едва ли и можемъ думать — какъ о благодѣтельномъ нѣчто, поддерживающемъ насъ, высматривающемъ на насъ изъ каждаго милаго зеленаго деревца и склоняющагося къ намъ въ формахъ знакомыхъ намъ лицъ.

Сверхъ того, есть одно весьма существенное возраженiе противъ заключенiя, будто мы объяснили что-либо, или сдѣлали какой шагъ впередъ, употребивъ слово «перемѣнная».

Слѣдуетъ признать, что такое понятiе какъ «безпрерывно измѣняющееся количество» представляетъ просто наборъ словъ. Все, что мы въ состоянiи вообразить и постигнуть, представляетъ опредѣленныя ступени, опредѣленныя единицы. Мы можемъ постигнуть множество опредѣленныхъ величинъ, но не непрерывную величину. Идея о непрерывности принадлежитъ къ числу тѣхъ идей, которыми мы пользуемся и которыя примѣняемъ; но думать, что люди объяснили что-либо, говоря о непрерывныхъ перемѣнныхъ, это, дѣйствительно, значитъ заблудиться въ словахъ.

Но, даже отказываясь отъ предыдущаго предположенiя, мы видимъ, тѣмъ не менѣе, что для насъ гораздо практичнѣе прiобрѣсть чувство высшей протяженности пространства.

И въ самомъ дѣлѣ, каковъ здѣсь нашъ кругозоръ! Возьмите простой примѣръ. Вѣдь понятiе о величинѣ одномѣрно — это просто прибавленiе, сложенiе на одной прямой линiи.

Понятіе о вращеніи, или о скручиваніи, по своей природѣ подразумѣваетъ понятіе о двухъ измѣреніяхъ; это переходъ отъ одного измѣренія къ другому, такъ какъ, въ сущности, это понятіе обнимаетъ оба измѣренія.

Если мы думаемъ о поворотѣ, то представляемъ себѣ перемѣну отъ одного направленія къ другому. Объ этомъ нельзя думать, не представляя въ умѣ двухъ направленій — направленія изъ котораго и направленія въ которое поворотъ производится.

Въ нашемъ пространствѣ мы ничего не имѣемъ больше, чѣмъ это вращеніе. Если мячикъ вертится и получаетъ ударъ, вслѣдствіе котораго вращеніе должно установиться въ новомъ направленіи, то прежнее вращеніе комбинируется съ новымъ въ одно простое вращеніе вокругъ новой оси.

Но въ четырехмѣрномъ пространствѣ существуетъ такая вещь какъ поворотъ поворота, или вращеніе вращенія, которое относится къ простому вращенію, какъ площадь къ линіи. Совершенно независимыя вращенія могутъ существовать лишь въ четырехмѣрномъ тѣлѣ.

И еще, если существуетъ понятіе, подразумѣвающее по существу своему два измѣренія, то не можетъ ли существовать и понятіе, которое по своей природѣ подразумѣваетъ три измѣренія?

Въ чемъ заключается это понятіе, мы не знаемъ теперь; но со временемъ, когда наши познанія о пространствѣ разовьются выше, такое понятіе сдѣлается намъ столь же привычнымъ, какъ теперь понятіе о вращеніи.

И въ самомъ дѣлѣ, пространство чудесно. Мы всѣ знаемъ, что оно безконечно по величинѣ, что оно простирается безпредѣльно.

И когда мы спокойно созерцаемъ пространство, оно разомъ свидѣтельствуетъ намъ, что обладаетъ безконечными измѣреніями.

Тѣмъ не менѣе и въ величинѣ и въ измѣреніяхъ есть что-то искусственное.

Чтобы измѣрять, мы должны начинать гдѣ-нибудь, но въ пространствѣ нѣтъ никакого «гдѣ-нибудь», указаннаго намъ какъ начало. Это измѣриванiе есть нѣчто чуждое пространству, введенное нами для нашего удобства.

А что касается процесса самихъ измѣренiй, то чтобы перечислить и осознать различныя измѣренiя, мы должны укрѣпить нѣкоторую, особенную линiю для начала и затѣмъ провести другiя линiи подъ прямыми углами къ первой.

Но первая прямая линiя, которую мы беремъ, можетъ быть проведена въ безконечномъ количествѣ направленiй. Почему же мы беремъ линiю какую-нибудь особенную?

Если мы беремъ какую-нибудь особенную линiю, мы дѣлаемъ нѣчто самоправное, вытекающее изъ нашей воли и рѣшенiя, но не доставленное намъ естественно самимъ пространствомъ.

А потому не удивительно, что, коль скоро слѣдуемъ такому образу дѣйствiй, мы обрекаемъ себя на безконечный трудъ.

Мы чувствуемъ, что всѣ эти усилiя, какъ бы они необходимы намъ ни были для познанiя пространства, ничего не имѣютъ общаго съ самимъ пространствомъ. Мы вносимъ туда нѣчто, нами самими измышленное и теряемся въ осложненiяхъ, вызываемыхъ этимъ.

Не можемъ ли мы сравнить себя съ тѣми египетскими жрецами, которые, поклоняясь закрытому покровомъ божеству, все продолжали возлагать на него богатыя одежды и окутывать его ими и драгоцѣнными украшенiями.

Подобнымъ же образомъ и мы надѣляемъ пространство атрибутами величинъ и многихъ измѣренiй.

И вотъ внезапно, для насъ какъ и для нихъ, однимъ смѣлымъ движенiемъ плечей божество пошевелится и всѣ одежды и украшенiя полетятъ долой, оставляя божество разоблаченнымъ, но невидимымъ, — недоступнымъ для взоровъ, но, такъ или иначе, обнаруживающимъ свое присутствiе.

И это не пустыя слова. Пространство, которое не есть та или другая форма, та или другая фигура, но которое намъ слѣдуетъ познавать всякій разъ, когда мы обращаемъ взоръ хотя бы на малѣйшія мелочи видимаго міра, — это пространство можетъ быть познано. Не формы и не вещи, знакомыя намъ, но пространство въ нихъ должно быть познаваемо.

Истинное познаніе пространства и поклоненіе ему заключается въ схватываніи разнообразныхъ подробностей вида и формы, изъ коихъ все, вслѣдствіе своей опредѣленности и точности, содѣйствуетъ развитію одного великаго понятія.

А мы должны помнить, что это понятіе не заимствуется въ бесѣдѣ о немъ. Оно не можетъ быть передано путемъ описанія.

Мы должны остерегаться такого положенія, чтобы стоять съ открытымъ ртомъ потому только, что есть много несообразностей въ механикѣ, которыхъ мы не понимаемъ. Навѣрно нѣтъ никакой механики, которую мы бы не поняли; но геометрія и математика пасуютъ тамъ, гдѣ мы, путемъ нашихъ несовершенныхъ пріемовъ и вводя наши собственныя ограниченія, стремимся къ познанію неисповѣдимой природы.

Если намъ желательно подвигаться все впередъ, пока величины и измѣренія не исчезнутъ, то развѣ мы этого уже не достигли? Та дѣйствительность, гдѣ величины и измѣренія не существуютъ, весьма проста и насъ окружаетъ. Двигаясь все впередъ и впередъ, мы теряемся, но находимъ нить опять, познавая простѣйшіе акты, вытекающіе изъ человѣческаго добраго сердца, наблюдая самое зачаточное признаніе человѣческихъ правъ; здѣсь нѣтъ ни величины, ни измѣренія и, тѣмъ не менѣе, здѣсь все представляетъ реальность.

Возраженіе на это двояко. Для того, чтобы жить, необходимо самопознаніе. То самопознаніе, которое представляетъ особый предметъ для изслѣдованія этики, совершенно не подлежитъ здѣсь нашему разсмотрѣнію.

Но существуетъ не менѣе важная вѣтвь самопознанія, которая, какъ будто, совершенно сходна съ изслѣдованіемъ въ области внѣшняго міра. Въ этой вѣтви самопознанія мы вступаемъ въ болѣе непосредственное созерцаніе матеріальныхъ вещей и отношеній между ними, пока внезапно не находимъ, что то, что мы считали достовѣрнымъ и основательнымъ, является, въ дѣйствительности, лишь оболочкою, безграничность которой объясняется нашей согласованностью съ ея границами, — что это не болѣе какъ скорлупа, изъ которой и за предѣлы которой мы можемъ выйти въ любое время.

Но если мы выйдемъ изъ нея такимъ образомъ, то въ насъ и слѣдовъ не останется прежняго понятія о матеріи. Вмѣстѣ съ тѣмъ мы составимъ совершенно отличныя понятія о своей собственной матеріальности.

Въ древнія времена не существовало никакого опредѣленнаго различія между физикою и метафизикою. Наши же нынѣшнія понятія въ области физики проистекаютъ изъ массы метафизическихъ понятій. Метафизика чрезвычайно ненадежна, почему когда какое-либо изъ ея ученій становится достовѣрнымъ, оно переходитъ тотчасъ въ область физики.

Изслѣдованіе фактовъ, относящихся къ высшему пространству, составляетъ осуществленіе великой мечты Канта. Онъ придалъ мысли совершенно новое направленіе. Но тамъ, куда онъ повернулся, все, казалось весьма смутнымъ и, покуда онъ изслѣдовалъ глубины чистой мысли, всякія положительныя утвержденія не выдерживали критики.

Однако, изъ такого отсутствія физическаго знанія можетъ оно возникнуть со временемъ. Это похоже на невидимую сущность, изъ которой могутъ быть сотканы видимыя одѣянія.

Но, въ самомъ дѣлѣ, многіе скажутъ: какова польза этихъ умозрѣній?

Развѣ, созерцая пространство, умъ не остается равнодушнымъ, а сердце нерастроганнымъ? Это не совсѣмъ такъ.

Развѣ на нашей жизни не сильно отражаются событія во внѣшнемъ мірѣ? Всѣ наши ощущенія связаны съ тѣмъ, что мы дѣлаемъ или претерпѣваемъ.

Такимъ образомъ, правильныя соображенія о возможныхъ процессахъ въ нашемъ мірѣ и въ мірѣ высшемъ должны имѣть нѣкоторое вліяніе на насъ самихъ.

Существуетъ также нѣкоторый путь, по которому мы можемъ слѣдовать и который ведетъ отъ самаго полнаго матеріализма къ кое-чему весьма отличному отъ той первоначальной формы, въ какой матеріализмъ представляется.

Каждый, кто пожелаетъ сдѣлать опытъ, можетъ найти, что, углубляясь глубже и глубже въ безотносительное созерцаніе матеріи, онъ утрачиваетъ ощущеніе реальности того, что первоначально имъ принималось за реальное, хотя, по мѣрѣ того, какъ реальность растворяется, она становится внѣшнимъ признакомъ реальностей, безконечно болѣе величественныхъ.

Такимъ образомъ возникаетъ въ умѣ идеализмъ, болѣе реальный, чѣмъ матерія — это проблескъ изъ нѣкотораго высшаго міра, который не есть какая-либо отвлеченность, мечта, или воображеніе, но въ сравненіи съ которымъ наши реальности являются лишь обманчивой внѣшностью.

И вмѣстѣ съ тѣмъ умъ, размышляющій о высшемъ пространствѣ, проникается непреодолимою увѣренностью въ томъ, что все, что мы думаемъ, дѣлаемъ, или воображаемъ, остается открытымъ.

Въ томъ широкомъ мірѣ наши тайны столь же прозрачны и доступны, какъ тайны обитателя плоскости доступны глазу, помѣщающемуся надъ плоскостью. Какъ бы хорошо ни скрылось живое существо на плоскости отъ своихъ собратьевъ, оно не въ состояніи сохранить секретъ со стороны глаза, слѣдящаго за нимъ внѣ плоскости.

Нелѣпа, даже, сама мысль, чтобъ это существо могло обмануть такой глазъ какимъ-либо притворствомъ.

Итакъ, мы совершенно открыты, доступны. Не существуетъ ничего подобнаго тайнѣ.

И, какъ я утверждалъ уже раньше, разница между нравственной жизнью и жизнью животной, въ мірѣ какого бы то ни было измѣренія, заключается въ томъ, что животная жизнь состоитъ въ дѣйствіяхъ, свойственныхъ возможностямъ пространства этого міра; нравственная же жизнь (разсматриваемая съ точки зрѣнія физическаго устройства), заключается въ стремленіи, путемъ измѣненія и сдерживанія своихъ естественныхъ склонностей, къ такимъ дѣйствіямъ и формамъ существованія, которыя свойственны міру высшаго пространства.

Было уже показано, какъ жители плоскости могли бы разойтись при встрѣчѣ только благодаря взаимнымъ услугамъ и снисходительности другъ къ другу. И всякое благородное напряженіе, въ которомъ высшій принципъ проще всего сказывается внѣ какого-либо расчета, пользы, или явной матеріальной выгоды, представляетъ въ каждомъ изъ насъ совершенно безъискусственное, открытое влеченіе къ высшему пространственному существованію. Для существа высшаго пространства никакіе наши секреты не составляютъ тайны; сдѣлавъ же наши ограниченныя существованія явными и открытыми для нашихъ ближнихъ, мы будемъ поступать въ отношеніи другъ друга по всей правдѣ, какъ будто бы мы были членами того высшаго міра.

Часто говорится и чувствуется, что всѣ наши дѣйствія съ теченіемъ времени накладываютъ свой отпечатокъ въ мірѣ. Ничто не пропадаетъ. И если мы, будучи ограничены въ своихъ дѣйствіяхъ, знаемъ, что это такъ, то тѣмъ болѣе очевиднымъ это будетъ для насъ, коль скоро осознаемъ свое высшее бытіе.

При такомъ осознаніи испорченность нравовъ и всякое зло уменьшится. Пространство столь велико, что никакая замкнутость не можетъ быть скрыта отъ животворнаго дыханія вселенной; никакая часть, какъ бы гнусна ни была, не можетъ быть отсѣчена

отъ непосредственнаго соприкосновенія съ очищающими вѣтрами, проникающими высшее пространство.

Въ качествѣ сознательныхъ умовъ, мы познаемъ единство прошедшаго и будущаго въ нашемъ открытомъ общеніи съ тѣмъ и другимъ. Мы достигаемъ духовнаго сознанія высшаго факта, представляя ли его себѣ какъ день, въ который все, что когда-либо было сдѣлано, будетъ оповѣщено, или какъ вездѣсущій и всезнающій разумъ, — что одно и то же.

Истина есть ничто иное, какъ стремленіе къ нашему высшему бытію. Первымъ признакомъ любви какъ къ отдѣльнымъ лицамъ, такъ и ко всему міру — это правдивость, въ отличіе отъ покладистаго и уступчиваго добродушія, которое всегда старается нравиться тому, кто находится ближе въ данный моментъ. Въ этомъ заключается секретъ таинственнаго вліянія науки на наши эмоціи, — ничего болѣе, какъ простое описаніе факта, не считаясь съ нашими личными качествами и предубѣжденіями. А также и въ матеріальномъ, окружающемъ насъ мірѣ — въ этомъ заключается тайна красоты кристалла и стоячей воды. Въ нихъ близкое и дальнее совмѣщается; своей прозрачностью они служатъ эмблемою той мечты, согласно которой высшее бытіе завладѣваетъ каждою частью твердой матеріи, мы же можемъ видѣть только ея внѣшность и поверхность.

Въ нашемъ мірѣ дѣйствительно слѣдуетъ подражать правилу, провозглашенному Контомъ, великимъ основателемъ эмпирической религіи: — «Живи открыто», говорилъ онъ. Такой образъ жизни вытекалъ бы изъ сознанія, что наше истинное существованіе обусловливается принадлежностью къ высшему міру.

Существуютъ двѣ стороны религіи — индуктивная и дедуктивная. Къ области дедукціи принадлежитъ теологія съ ея центральными утвержденіями и многочисленными слѣдствіями. Индуктивная же религія состоитъ въ овладѣваніи, среди смутныхъ фактовъ жизни, тѣми показателями о болѣе важномъ существованіи, связанномъ съ индивидуальными орга-

низаціями, которые служатъ, какъ и во всякой наукѣ, для перехода отъ частностей къ общимъ заключеніямъ. Связующее звено между матеріализмомъ и правилами поведенія въ жизни лежитъ въ ученіи объ ограниченности природы нашихъ нынѣшнихъ понятій о пространствѣ. Съ надлежащимъ возвышеніемъ нашего понятія о пространствѣ прекратится и антагонизмъ между нашими нынѣшними матеріалистическими и идеалистическими взглядами на жизнь.

Что такое четвертое измѣреніе?

Глава I.

Въ настоящее время наши дѣйствія въ значительной степени находятся подъ вліяніемъ нашихъ теорій. Мы оставили простой и инстинктивный образъ жизни людей раннихъ цивилизацій и перешли къ жизни урегулированной выводами нашихъ знаній и дополненной заключеніями разума.

При такомъ положеніи опасность можетъ возникнуть не только вслѣдствіе недостатка знаній и практическаго умѣнія ихъ примѣнять, но даже вслѣдствіе ихъ преобладанія въ одной области жизни, при недостаткѣ или отсутствіи въ другой. Если, напримѣръ, мы, съ нашимъ современнымъ знаніемъ физическихъ законовъ и съ нашими техническими знаніями, стали бы строить дома, не обращая вниманія на требованія гигіены и заботясь лишь о внѣшнемъ удобствѣ, мы сдѣлали бы ихъ совершенно непроницаемыми для воздуха, и наилучше построенныя зданія были бы полны комнатъ, гдѣ люди задыхались бы. Но знакомство со строеніемъ тѣла и условіями здоровья предохраняютъ насъ отъ вреда, который можетъ возникнуть изъ самого развитія власти человѣка надъ природой.

Подобнымъ же образомъ наблюденія надъ познавательной способностью и надъ условіями познанія охраняютъ умственное равновѣсіе отъ опасностей, угрожающихъ ему при исключительномъ сосредоточеніи вниманія на законахъ механики. Какому бы дѣлу мы ни отдавали себя, мы сознательно или безсозна-

тельно дѣйствуемъ согласно какой-нибудь теоріи, согласно какому-нибудь взгляду на вещи. И, такъ какъ предѣлы ежедневнаго круга нашей жизни все болѣе и болѣе суживаются вѣчно растущей цивилизаціей, и мы все болѣе и болѣе спеціализируемся, то становится вдвойнѣ важнымъ, чтобы мы участвовали не только въ одномъ, но и во всѣхъ видахъ мышленія.

Есть два способа выйти за предѣлъ обычнаго опытнаго знанія и заглянуть въ широкую область существующихъ возможностей. Одинъ способъ — поставить себѣ вопросъ: «Что есть знаніе? Что составляетъ опытъ?» Вступая на этотъ путь, мы погружаемся въ море отвлеченнаго умозрѣнія. Если бы тамъ не было такого простора для высшихъ способностей нашего разума, мы бы вернулись съ чувствомъ облегченія на твердую почву фактовъ, сознавая, что мы избѣгли многихъ неясностей и противорѣчій.

Другой путь, который ведетъ за предѣлы обычнаго опыта, заключается въ изслѣдованіи всего, что кажется произвольно и нераціонально ограниченнымъ въ области знанія. Такое изслѣдованіе часто съ успѣхомъ примѣнялось при поискахъ новыхъ фактовъ. Долгое время считали, что есть четыре газа, неспособныхъ перейти въ жидкое состояніе. Только недавно одному физику удалось доказать, что нѣтъ такого произвольно установленнаго различія между газами. Также недавно возникъ вопросъ: «Не существуетъ ли четвертое состояніе матеріи?» Твердое, жидкое и газообразное состоянія уже извѣстны, но Круксъ сталъ доказывать существованіе новаго состоянія матеріи, отличнаго отъ всѣхъ прочихъ.

Цѣль этой статьи — показать, что предположивъ уничтоженіе нѣкоторыхъ ограниченій, знакомыхъ намъ основныхъ условій существованія, мы можемъ представить себѣ состояніе, въ которомъ проявлялись бы силы значительно превосходящія наши. Когда это станетъ яснымъ, то будетъ умѣстно разсмотрѣть, какія возникнутъ отношенія между нашей формой существованія и тою, которую мы признаемъ возможною.

Прежде всего, какія ограниченія намъ слѣдовало бы счесть уничтоженными?

Наблюдатель, находящійся въ углу комнаты, имѣетъ передъ собой три естественныя направленія: одно вверхъ, вдоль линіи встрѣчи двухъ стѣнъ; другое прямо — гдѣ полъ пересѣкается съ одной изъ стѣнъ; третье — въ сторону, гдѣ полъ пересѣкается съ другой стѣной. Онъ можетъ достичь какой угодно части пола комнаты, двигаясь сперва вдоль одной стѣны, потомъ поворачиваясь подъ прямымъ угломъ и направляясь параллельно другой стѣнѣ. Въ этомъ случаѣ онъ идетъ сперва по направленію одной изъ прямыхъ линій, которыя пересѣкаются въ углу у пола, затѣмъ по направленію другой линіи. Двигаясь по тому или другому направленію, онъ можетъ достигнуть какой угодно точки пола; всякое же движеніе, совершенное окольнымъ путемъ, можетъ быть разложено на простыя движенія по этимъ двумъ направленіямъ.

Но, двигаясь по этимъ двумъ направленіямъ, онъ неспособенъ подняться въ комнатѣ. Если бы онъ хотѣлъ коснуться какой-нибудь точки на потолкѣ, онъ долженъ былъ бы двигаться параллельно направленію линіи пересѣченія двухъ стѣнъ. Слѣдовательно, есть три измѣренія, каждое подъ прямымъ угломъ къ обоимъ остальнымъ, притомъ совершенно независимыя другъ отъ друга. Двигаясь по этимъ тремъ направленіямъ, или по любому ихъ сочетанію, возможно достигнуть каждой точки комнаты. А если мы вообразимъ прямыя линіи, пересѣкающіяся въ углу комнаты, продолженными до безконечности, то найдемъ, что возможно, двигаясь по направленію этихъ трехъ линій, достигнуть любой точки пространства. Итакъ, въ пространствѣ есть три независимыхъ направленія, и только три; всякое другое направленіе слагается изъ этихъ трехъ. Тогда передъ нами возникаетъ слѣдующій вопросъ: «Почему же должно быть три и только три направленія?» Пространство, какъ мы знаемъ, можетъ быть ограничено.

Чтобы получить соотвѣтственное представленіе

объ этомъ ограниченіи, необходимо сначала вообразить существа въ пространствѣ болѣе ограниченномъ, чѣмъ то, въ которомъ мы движемся. Такимъ образомъ мы можемъ себѣ представить существо, которое на всемъ протяженіи своего жизненнаго опыта было бы ограничено одной прямой линіею. Подобное существо было бы знакомо съ движеніемъ впередъ и назадъ, но не болѣе. Все пространство заключалось бы для него въ продолженіи прямой линіи въ обѣ стороны на безконечное разстояніе. Очевидно, что два такія существа никогда не смогли бы пройти мимо другъ друга. Мы можемъ представить себѣ ихъ выходъ изъ прямой линіи и обратное совмѣщеніе съ нею, но они сами, двигаясь всегда по прямой линіи, не имѣли бы представленія о движеніи по какому-нибудь другому направленію, благодаря которому такой результатъ могъ бы быть достигнутъ. Единственная форма, свойственная одному измѣренію, — это конечная прямая линія. Разницы въ формахъ фигуръ не было бы и все существующее имѣло бы видъ лишь болѣе или менѣе длинныхъ прямыхъ линій.

Поднимемся ступенью выше въ области предполагаемаго существованія. Представимъ себѣ существо, ограниченное плоскостью, существо, которое въ теченіе всего своего жизненнаго опыта никогда не двигалось ни вверхъ, ни внизъ, а всегда оставалось въ той же плоскости. Вообразимъ себѣ фигуру, напримѣръ, кругъ или четыреугольникъ, одаренный способностью воспріятія. Подобное существо, при движеніи по плоской поверхности, въ которой оно заключается, способно передвигаться по многочисленнымъ направленіямъ, которыя, тѣмъ не менѣе, при всей своей многочисленности, сводятся къ двумъ основнымъ, составляющимъ прямой уголъ другъ съ другомъ. Пока плоскость остается безусловно горизонтальной, это существо не будетъ въ состояніи двигаться по направленію, называемому нами вверхъ и внизъ. Важно замѣтить, что плоскость будетъ казаться иной для существа ограниченнаго ею, въ

сравненіи съ тѣмъ, чѣмъ она кажется намъ. Мы обычно мыслимъ о плоскости, какъ обладающей верхней и нижней сторонами, потому что наше представленіе о плоскости возникаетъ только отъ ея соприкосновенія съ твердыми тѣлами. Но существо, которое въ продолженіи всей своей жизни было бы заключено въ плоскости, не имѣло бы понятія о существованіи двухъ ея сторонъ. Въ плоскости усматривается только длина и ширина. Если предположить существо въ плоскости, знающее о верхѣ и низѣ, то оно должно было бы имѣть соотвѣтственный опытъ, т.-е. надо было бы, чтобъ оно выходило раньше изъ плоскости.

Возможно ли, чтобы подобное существо пришло къ сознанію, что есть верхъ и низъ, т.-е., что существуетъ иное направленіе сверхъ тѣхъ, къ которымъ оно привыкло и съ которыми ничего общаго это новое направленіе не имѣетъ? Очевидно, никакія обстоятельства жизни этого существа не намекали бы ему объ этомъ. Только путемъ извѣстнаго процесса разсужденія оно могло бы дойти до подобнаго понятія. Если бъ оно представило себѣ существо, заключенное въ одну прямую линію, то поняло бы, что, тогда какъ само оно способно двигаться въ двухъ направленіяхъ, существо въ прямой линіи можетъ двигаться только въ одномъ направленіи. Придя къ такому заключенію, оно могло бы спросить: «Почему же число направленій ограничено двумя? Почему же ихъ не три?»

Такое существо, движущееся въ плоскости, поставлено было бы въ болѣе благопріятныя условія, чѣмъ то, которое можетъ двигаться только въ прямой линіи. Въ плоскости представляется возможность безконечнаго разнообразія формъ, и существо, воображаемое нами, могло бы войти въ соприкосновеніе съ неопредѣленнымъ количествомъ другихъ существъ. Оно не было бы ограничено, какъ существо на прямой линіи, соприкосновеніемъ съ однимъ существомъ по каждую свою сторону.

Понятно, можно было бы продѣлывать разныя

плутни надъ существомъ, заключеннымъ въ плоскости. Если, напримѣръ, вообразимъ такое существо внутри квадрата, то ему представлялся бы единственный путь выйти оттуда черезъ одну изъ сторонъ квадрата. Если бы стороны были непроницаемы, оно осталось бы вѣчнымъ плѣнникомъ и не смогло бы выйти изъ квадрата.

Мы можемъ понять это, если приведемъ для сравненія подобный же случай въ нашей собственной жизни. Существо вполнѣ закрыто тогда, когда всѣ направленія, ему извѣстныя, закрыты. Для того, чтобы человѣку были закрыты всѣ извѣстныя ему направленія, надо, чтобъ онъ былъ окруженъ четырьмя стѣнами, крышей и поломъ. Двумѣрное существо, находясь внутри квадрата, было бы совершенно въ томъ же положеніи, какъ и человѣкъ, если онъ находится въ комнатѣ, гдѣ нѣтъ отверстій ни въ одной изъ ея сторонъ. Для насъ возможно было бы взять такое существо изнутри квадрата и помѣстить его внѣ квадрата. Существо, съ которымъ это произошло бы, оказалось бы внѣ того мѣста, гдѣ оно было заключено, а между тѣмъ, оно не проникло бы ни черезъ одну изъ границъ, его окружавшихъ. Можно представить себѣ удивленіе подобнаго существа, сравнивая его лишь съ удивленіемъ, которое испыталъ бы человѣкъ, внезапно оказавшійся внѣ комнаты, гдѣ онъ только что былъ, не выходя ни въ двери, ни въ окна, ни черезъ дымовую трубу, или иное какое-либо отверстіе въ стѣнахъ, на потолкѣ, или въ полу.

Можно было бы произвести и другой интересный опытъ съ существомъ двухъ измѣреній. Представьте себѣ два такихъ существа на большомъ разстояніи другъ отъ друга на плоской поверхности. Если плоскую поверхность изогнуть такимъ образомъ, чтобы они оказались близко другъ къ другу, то они не сознавали бы своей близости, такъ какъ каждому изъ нихъ единственнымъ возможнымъ движеніемъ казалось бы движеніе по этой поверхности. При извѣстномъ изгибѣ поверхности оба существа могли бы быть помѣщены такъ, что оказались бы въ абсолют-

номъ соприкосновенiи другъ съ другомъ, а между тѣмъ, можно было бы доказать, согласно ихъ собственной логикѣ, что ихъ отдѣляетъ большое разстоянiе.

Сгибанiе плоскости могло бы быть продолжено настолько, что одно существо вдругъ оказалось бы въ плоскости рядомъ съ другимъ. Коль скоро эти существа не имѣли бы вовсе понятiя о третьемъ измѣренiи, то такой результатъ былъ бы столь же для нихъ поразителенъ, какъ и для человѣка, находящагося на большомъ разстоянiи отъ насъ, а можетъ быть, и на другомъ концѣ мiра, и вдругъ появляющагося рядомъ съ нами, между тѣмъ какъ онъ не покидалъ того мѣста, гдѣ раньше находился все время.

Глава II.

Предыдущiе примѣры ясно показываютъ, что можно представить себѣ существа, живущiя въ болѣе ограниченномъ пространствѣ, чѣмъ наше. Существуетъ ли подобное ограниченiе въ знакомомъ намъ пространствѣ?

Указанiе на такого рода ограниченiе встрѣчаемъ въ самой первоначальной ариѳметикѣ.

Длина прямой линiй въ два дюйма выражается числомъ 2. Если построенъ квадратъ на этой линiи, то количество квадратныхъ дюймовъ въ этой фигурѣ выразится числомъ 4, т.-е. 2×2. Это выраженiе 2×2 обычно пишется 2^2 и называется «2 въ квадратѣ».

Разумѣется, ариѳметическiй процессъ умноженiя совсѣмъ не тожественъ съ процессомъ построенiя квадрата при движенiи прямой линiи, или куба — при движенiи квадрата. Но было замѣчено, что единицы, полученныя въ каждомъ случаѣ, хотя и различны по роду, одинаковы по числу.

Если мы коснемся двухъ предметовъ дважды, то самый актъ соприкосновенiя совершится четыре раза. Выражаясь ариѳметически — $2 \times 2 = 4$. Если квадратъ образованъ движенiемъ линiи въ два дюйма

длиною, то этотъ квадратъ имѣетъ четыре квадратныхъ дюйма.

Такимъ образомъ, принято называть вторую и третью степень чиселъ «квадратомъ» и «кубомъ».

Итакъ, мы имѣемъ линію въ два дюйма. На ней построенъ квадратъ, содержащій четыре квадратныхъ дюйма. Если на той же линіи построимъ кубъ, то число кубическихъ дюймовъ на этой фигурѣ получится 8, т.-е. $2\times2\times2$ или 2^3. Соотвѣтственно этимъ числамъ, 2, 2^2, 2^3, мы получаемъ рядъ фигуръ. Каждая фигура содержитъ больше единицъ, чѣмъ предъидущая и каждая состоитъ изъ единицъ другого рода. Въ первой фигурѣ единица — это прямая линія, т.-е. линейный дюймъ; онъ представляетъ мѣру одного измѣренія. Во второй принимается за единицу — квадратъ, т.-е. одинъ квадратный дюймъ. Квадратъ — фигура двумѣрная. Въ третьей фигурѣ единицею мѣры является кубъ; кубъ — фигура трехмѣрная. Прямую линію относятъ къ одному измѣренію, потому что она можетъ быть измѣрена только въ одномъ направленіи. Можно взять только ея длину, но у нея нѣтъ ни ширины, ни высоты. Про квадратъ говорится, что онъ двумѣрный, потому что онъ имѣетъ длину и ширину. Кубъ имѣетъ три измѣренія, потому что онъ можетъ быть измѣренъ по тремъ направленіямъ.

Глядя на эти числа 2, 2^2, 2^3, естественно спрашиваемъ себя, какою же фигурой мы изобразимъ 2^4, или $2\times2\times2\times2$. Мы знаемъ, что въ этой фигурѣ должно быть шестнадцать единицъ, т. е. вдвое больше, чѣмъ въ кубѣ. Но и сама единица должна быть совершенно другого рода. Она должна отличаться отъ куба не только по формѣ. Она должна отличаться отъ куба, какъ кубъ отличается отъ квадрата. Никакое количество квадратовъ не можетъ образовать кубъ, потому что квадратъ не имѣетъ высоты. Подобнымъ же образомъ никакое количество кубовъ не способно образовать эту новую единицу. Вмѣсто того, чтобы стараться найти что-нибудь уже извѣстное, къ чему мы могли бы отнести представленіе о новой фигурѣ, соотвѣтствующей четвертой степени, подумаемъ о свой-

ствахъ, которыми должна обладать такая фигура. Въ этой попыткѣ намъ надо полагаться не на процессъ осязанія или зрѣнія, съ помощью которыхъ мы познаемъ свойства тѣлъ въ пространствѣ, а на процессъ мышленія. Каждый фактъ, относящійся къ этой неизвѣстной фигурѣ, долженъ быть продуманъ и только пройдя послѣдовательно цѣлый рядъ ступеней, можно получить основательное знакомство съ ея свойствами. Изъ всѣхъ примѣненій нашихъ мыслительныхъ способностей, это изслѣдованіе требуетъ, быть можетъ, благодаря простотѣ заключающихся въ немъ данныхъ, наибольшаго напряженія отвлеченной мысли, а потому вполнѣ достойно усиленнаго вниманія.

Первые шаги очень просты. Мы должны вообра-

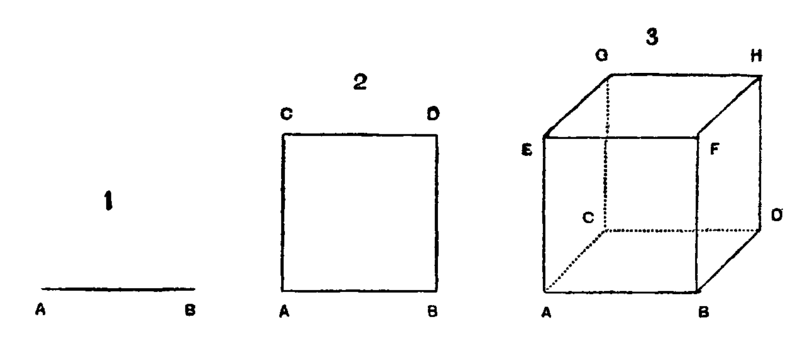


Рис. XI.

зить конечную, прямую линію; она образуетъ при движеніи по поверхности бумаги квадратъ, а этотъ послѣдній, въ свою очередь, образуетъ кубъ, двигаясь вертикально кверху. Фигура 1 представляетъ прямую линію; фигура 2 представляетъ квадратъ, образованный движеніемъ этой прямой; фигура 3 представляетъ въ перспективѣ кубъ, образованный движеніемъ вверхъ квадрата ABCD. Хорошо было бы, вмѣсто того, чтобы прибѣгать къ изображенію фигуры 3, помѣстить кубъ на бумагу. Основаніемъ ему служило бы ABCD, а верхнею поверхностью — EFGH.

Прямая AB образуетъ квадратъ ABCD, двигаясь подъ прямымъ угломъ къ самой себѣ. Если бы дви-

женіе ограничивалось только прямой линіей AB, то единственно возможное движеніе было бы впередъ и назадъ. Никакое движеніе въ сторону тогда недопустимо. Если предположимъ существо, которое могло бы передвигаться только по прямой AB, оно не не имѣло бы понятія о другомъ движеніи, кромѣ движенія впередъ и назадъ. Квадратъ ABCD образуется движеніемъ прямой, по направленію совсѣмъ отличному отъ направленія, существующаго въ самой AB. Это движеніе не можетъ быть выражено никакимъ возможнымъ движеніемъ въ AB. Существо, заключенное въ AB, весь опытъ котораго ограниченъ только тѣмъ, что можетъ произойти въ AB, неспособно было бы понять, какимъ образомъ AB чертитъ фигуру ABCD.

Въ фигурѣ ABCD есть возможность двигаться по различнымъ направленіямъ, лишь бы они совмѣщались съ одной плоскостью. Всѣ направленія въ этой плоскости могутъ разсматриваться, какъ составленныя изъ двухъ направленій, отъ A къ B и отъ B къ C. Изъ безконечнаго числа этихъ направленій нѣтъ ни одного, которое простиралось бы перпендикулярно къ фигурѣ 2; нѣтъ такого, которое уклонялось бы вверхъ отъ плоскости бумаги. Представимъ себѣ существо въ этой плоскости, движущееся только въ ней. Во всѣхъ его движеніяхъ не встрѣтится такого, посредствомъ котораго оно могло бы постичь измѣненіе фигуры 2 въ фигуру 3, представленную въ перспективѣ, такъ какъ фигура 2, чтобы сдѣлаться 3, должна двигаться перпендикулярно къ своей собственной плоскости. Фигура, которую она начертитъ будетъ кубъ ABCDEFGH.

Всѣ направленія, по которымъ двигается существо, находящееся въ фигурѣ 3, какъ бы они ни были разнообразны, слагаются изъ трехъ направленій: отъ A къ B, отъ A къ C, отъ A къ E; никакихъ иныхъ направленій ему неизвѣстно.

Но допустимъ, что намъ слѣдуетъ произвести съ фигурой 3 нѣчто подобное тому, что было произве-

дено съ фигурой 1 для образованія фигуры 2 и съ фигурой 2 — для образованія фигуры 3; тогда мы должны предположить, что необходимо всю фигуру цѣликомъ двинуть по нѣкоторому направленію, совершенно отличному отъ любого направленія, заключающагося въ ней самой и не получающагося ни изъ какихъ сочетаній, имѣющихся въ ней направленій. Что же это? Это и есть четвертое направленіе.

Мы столь же неспособны вообразить его, какъ существо, заключенное въ плоскости фигуры 2, не можетъ вообразить себѣ направленіе движенія, при которомъ изъ квадрата 2 возникаетъ кубъ 3. Третье измѣреніе настолько же непостижимо такому существу, какъ четвертое — намъ. Въ этомъ отношеніи мы должны отказаться отъ помощи, которую мы могли бы почерпнуть изъ предметовъ наблюденія, и ограничиться изслѣдованіемъ свойствъ простѣйшей фигуры, въ четырехъ измѣреніяхъ, проводя и дальше аналогію, которая, какъ мы знаемъ, существуетъ между процессами образованія фигуры 2 изъ 1, 3 изъ 2 и, наконецъ, 4 изъ 3. Ради удобства, назовемъ фигуру, изслѣдуемую нами — простѣйшую фигуру въ четырехъ измѣреніяхъ — «четверо-квадратомъ».

Прежде всего, необходимо замѣтить, если кубъ образуется изъ квадрата движеніемъ квадрата по новому направленію, то каждая точка внутри квадрата чертитъ часть куба. Не одни только стороны при движеніи образуютъ кубъ, но каждая часть внутри квадрата производитъ часть куба. Значитъ, если бы кубъ двигался по четвертому измѣренію такъ, чтобы образовать четверо-квадратъ, то каждая точка внутри куба пошла бы по новому пути и начертила бы часть новой фигуры, не приходя въ столкновеніе съ другими точками.

Или взглянемъ на вопросъ при иномъ освѣщеніи; существо трехъ измѣреній, взирающее внизъ на квадратъ, видитъ каждую его часть распростертой передъ нимъ и можетъ касаться каждой части, не проходя черезъ окружающія ее части, потому что оно можетъ притти сверху, тогда какъ прочія части

окружаютъ ту часть, которой оно касается, только въ одной плоскости.

Такимъ же образомъ, существо четырехъ измѣреній могло бы видѣть и касаться каждой точки кубической фигуры. Ни одна часть не скрывала бы другую, потому что это существо могло бы смотрѣть на каждую часть по направленію совсѣмъ иному, чѣмъ какое бы то ни было направленіе, по которому возможно перейти изъ одной части тѣла въ другую. Чтобы перейти изъ одной части тѣла въ другую, необходимо двигаться въ трехъ направленіяхъ, но существо четырехъ измѣреній смотрѣло бы на кубическое тѣло по направленію, отличному отъ этихъ трехъ.

Постараемся получить нѣсколько указаній относительно четвертой фигуры, придерживаясь аналогіи, существующей между 1, 2, 3 и 4 фигурами. На фигурѣ 1 усматриваемъ двѣ точки. На фигурѣ 2 четыре точки — четыре вершины квадрата. На 3 — восемь точекъ. На слѣдующей фигурѣ, по аналогіи, будетъ шестнадцать точекъ.

На фигурѣ 1 видимъ одну линію. Въ квадратѣ — четыре линіи. Въ кубѣ находимъ двѣнадцать линій. Сколько линій можетъ быть въ четверо-квадратѣ? Иначе говоря, имѣемъ три числа — 1, 4 и 12. Каково четвертое число, согласно тому же закону?

Чтобы отвѣтить на этотъ вопросъ, прослѣдимъ болѣе подробно, какъ фигуры измѣняются одна въ другую. Линія, чтобы сдѣлаться квадратомъ, двигается; она прежде всего занимаетъ свое первоначальное положеніе, а въ концѣ концовъ — свое окончательное положеніе. Она начинаетъ двигаться какъ AB, а кончаетъ — какъ CD; такимъ образомъ, линія появляется дважды, или вздваивается. Двѣ другія линіи квадрата, AC, BD, образуются движеніемъ точекъ на концахъ движущейся линіи. Такимъ образомъ, переходя отъ прямой линіи къ квадрату, линіи удваиваются, а каждая точка чертитъ линію. Если тотъ же процессъ имѣетъ мѣсто въ случаѣ перехода квадрата въ кубъ, то мы должны бы имѣть въ

кубѣ вдвое больше линій, чѣмъ въ квадратѣ, то-есть восемь линій, и, кромѣ того, каждая точка квадрата должна начертить линію. Такъ какъ въ квадратѣ четыре точки, то въ кубѣ должно получиться отъ нихъ четыре линіи; прибавляя же эти четыре линіи къ предыдущимъ восьми, мы должны получить въ кубѣ всего двѣнадцать линій. Это и соотвѣтствуетъ дѣйствительности. Исходя отсюда, мы можемъ съ увѣренностью примѣнить это правило для опредѣленія числа линій въ четверо-квадратѣ. Надо *удвоить число линій предыдущей фигуры и прибавить столько линій, сколько насчитывается точекъ въ предыдущей фигурѣ.* Въ кубѣ имѣется двѣнадцать линій и восемь точекъ. Слѣдовательно, въ четверо-квадратѣ мы получаемъ $2 \times 12 + 8$, или тридцать двѣ линіи.

Подобнымъ же образомъ можно отвѣтить и на всякій другой вопросъ о четверо-квадратѣ, при чемъ мы должны строго придерживаться заключеній, вытекающихъ изъ аналогіи трехъ извѣстныхъ намъ фигуръ.

Такимъ образомъ, если хотимъ узнать сколькими гранями ограниченъ четверо-квадратъ, мы должны начать съ линіи, которая не имѣетъ ни одной грани; квадратъ имѣетъ одну; кубъ имѣетъ ихъ шесть. Здѣсь мы получаемъ три числа 0, 1 и 6. Какое будетъ четвертое число?

Разсмотримъ, какъ возникаютъ грани куба. Квадратъ, при началѣ движенія, опредѣляетъ одну изъ граней куба, а въ концѣ — противоположную ей грань; во время движенія каждая изъ линій квадрата чертитъ еще одну грань. Такимъ образомъ, удваивается число граней предыдущей фигуры и каждая линія предыдущей фигуры чертитъ грань послѣдующей.

Примѣнимъ это правило къ образованію квадрата изъ линіи. Въ линіи нѣтъ плоской поверхности, или грани; а такъ какъ дважды ничто есть ничто, мы не получаемъ пока никакой поверхности въ квадратѣ; но въ прямой линіи есть одна линія, то-есть она сама, и эта послѣдняя, при своемъ движеніи, чертитъ по-

верхность квадрата. Такимъ образомъ, въ квадратѣ, какъ и должно быть согласно правилу, получается одна поверхность.

Примѣняя это правило къ кубу, мы получаемъ, удваивая число его граней, — 12; прибавляя же грань вмѣсто каждой прямой линіи, мы получаемъ другія 12, или всего 24 грани. Слѣдовательно, какъ путемъ ощупыванія и разглядыванія возможно опредѣлить фигуру въ нашемъ пространствѣ, такъ путемъ вычисленія представляется возможнымъ опредѣлить всѣ свойства фигуры въ четырехъ измѣреніяхъ.

Существуетъ еще одна особенность столь замѣчательная, что требуетъ спеціальнаго изложенія. Границами конечной прямой линіи являются точки. Если мы имѣемъ дѣло только съ однимъ измѣреніемъ, то-есть съ фигурой 1, то отрѣзокъ прямой линіи представляется отдѣленнымъ отъ остальной воображаемой, безконечно длинной прямой линіи двумя точками на его концахъ. Въ этомъ простомъ случаѣ двѣ точки соотвѣтствуютъ ограничивающимъ поверхностямъ куба. Когда говоримъ о двумѣрной фигурѣ, то безконечная плоскость представляетъ соотвѣтствующее ей пространство. Напримѣръ, квадратъ ограниченъ четырьмя прямыми линіями, и представляется невозможнымъ войти внутрь квадрата иначе, какъ проходя черезъ эти прямыя линіи. Отсюда само собой понятно, что границы фигуры всегда однимъ измѣреніемъ меньше, чѣмъ сама фигура. Точки ограничиваютъ линіи, линіи ограничиваютъ фигуры въ плоскости, плоскости ограничиваютъ кубическія фигуры. Значитъ, кубическія тѣла должны ограничивать фигуры четырехъ измѣреній. Четверо-квадратъ будетъ ограниченъ слѣдующимъ образомъ. Прежде всего кубъ, при своемъ движеніи въ четвертомъ направленіи, производитъ эту фигуру. Въ своемъ первоначальномъ положеніи онъ служитъ основаніемъ четверо-квадрата. Въ своемъ конечномъ положеніи онъ образуетъ противоположное основаніе. Во время движенія куба каждая изъ его граней порождаетъ новый кубъ. Направленіе, по которому движется кубъ, таково, что

изъ всѣхъ шести его граней ни одна нисколько не наклонена въ сторону этого направленія. Оно слѣдуетъ подъ прямымъ угломъ ко всѣмъ сторонамъ куба. Основаніе куба, верхняя его поверхность и четыре его стороны образуютъ каждая кубы. Слѣдовательно, четверо-квадратъ ограниченъ восемью кубами. Подводя итогъ, находимъ, что четверо-квадратъ имѣетъ: 16 точекъ, 32 линіи, 24 поверхности и ограниченъ 8 кубами.

Если бы четверо-квадратъ оставался въ покоѣ, въ нашемъ пространствѣ, онъ казался бы намъ кубомъ.

Для оправданія этого заключенія, намъ слѣдуетъ только подумать, какъ представлялся бы кубъ существу двухъ измѣреній. Чтобы начать реагировать на его сознаніе, кубъ долженъ придти въ соприкосновеніе съ плоскостью, въ которой существо обитаетъ. Въ какое бы онъ ни вошелъ близкое соприкосновеніе съ этой плоскостью, онъ будетъ пребывать въ ней лишь одною изъ своихъ граней. Эта грань представляетъ квадратъ и самое большее, что существо двухъ измѣреній способно узнать о кубѣ, — это квадратъ.

Мы уже видѣли, какъ можно описать свойства простѣйшей формы въ четырехъ измѣреніяхъ; очевидно, мысленное построеніе болѣе сложныхъ фигуръ составляетъ только вопросъ времени и терпѣнія.

Изучая формы и развитіе цыпленка въ яйцѣ, невозможно обнаружить подлежащія наблюденію особенности иначе, какъ при помощи микроскопа. Отдѣльные экземпляры особымъ образомъ заставляютъ затвердѣвать и дѣлаютъ тонкіе срѣзы. Изслѣдователь, разсматривая всѣ эти срѣзы, замѣчая всѣ ихъ особенности, можетъ построить въ умѣ всю форму въ ея первоначальномъ видѣ, основываясь на своихъ наблюденіяхъ надъ цѣлымъ рядомъ срѣзовъ. Точно также, чтобы выработать идею о четырехмѣрной фигурѣ, мы должны мысленно представить себѣ и связать въ одно понятіе цѣлую серію кубическихъ фигуръ, ограниченныхъ съ каждой стороны, различающихся другъ отъ друга и, быть можетъ, становящихся еще болѣе различными по формѣ.

Если бы, напримѣръ, появился небольшой шаръ и замѣнялся бы постепенно бо̀льшимъ и еще бо̀льшимъ и, когда появился бы самый большой изъ нихъ, стали бы появляться меньшіе и меньшіе шары, то все, что было бы видимо нами, составляло бы лишь рядъ сѣченій четырехмѣрнаго шара. Каждое сѣченіе въ пространствѣ составляетъ шаръ.

Точно такъ же какъ кубическія фигуры могутъ быть изображаемы на бумагѣ въ перспективѣ, четырехмѣрныя фигуры могутъ быть представлены въ перспективѣ кубическими тѣлами. Если имѣются два квадрата, изъ коихъ одинъ находится надъ другимъ, то отодвигая нижній такъ, чтобы его стороны оставались параллельными сторонамъ верхняго квадрата, а затѣмъ соединяя каждую точку одного квадрата съ соотвѣтствующей точкой другого, мы получимъ изображеніе куба на бумагѣ. Фигуру 3 можно считать такимъ изображеніемъ, если принять, что квадратъ CDGH отодвинутъ изъ своего первоначальнаго положенія подъ квадратомъ ABEF. Такимъ образомъ каждая изъ плоскостей, ограничивающихъ кубъ, изображена на бумагѣ. Единственно, чего не хватаетъ, это трехмѣрнаго объема куба. Слѣдовательно, если помѣстимъ два куба такъ, чтобы ихъ плоскости были параллельны, но одинъ изъ нихъ чтобъ пришелся нѣсколько наискось по отношенію къ другому, при чемъ, если предположимъ, что всѣ ихъ соотвѣтственныя точки соединены между собою, то получимъ цѣлый рядъ кубическихъ фигуръ. Каждая изъ нихъ будетъ представлять (хотя, конечно, грубо) ограничивающіе кубы четырехмѣрной фигуры; каждая же плоскость и линія четырехмѣрной фигуры будетъ изображена своего рода кубическою перспективою. Чего не хватитъ, разумѣется, это четырехмѣрнаго объема.

Глава III.

Разсмотрѣвъ нѣкоторыя свойства четырехмѣрныхъ фигуръ, остается спросить, какія отношенія должны были бы установиться у насъ съ четырехмѣр-

ными существами, если бъ они дѣйствительно существовали.

Прежде всего, четырехмѣрное существо имѣло бы для насъ совершенно тотъ же внѣшній видъ, что и существо въ нашемъ пространствѣ. Существо въ плоскости принимало бы кубическія тѣла за двумѣрныя фигуры, а именно, они представлялись бы тѣми формами, въ видѣ которыхъ они пересѣкаютъ его плоскость. Слѣдовательно, если бы были четырехмѣрные предметы, мы бы ихъ принимали за кубическія тѣла, а именно, тѣла, въ формѣ которыхъ они пересѣкаютъ наше пространство. Почему же не быть намъ самимъ этими четырехмѣрными существами, наши же послѣдовательныя состоянія не соотвѣтствуютъ ли прохожденію ихъ черезъ трехмѣрное пространство, которымъ ограничено наше сознаніе?

Разберемъ этотъ вопросъ болѣе обстоятельно, а для простоты перенесемъ нашу проблему въ область трехъ и двухъ измѣреній, вмѣсто четырехъ и трехъ.

Предположимъ, что нить проходитъ черезъ тонкій слой воска, помѣщенный горизонтально. Она можетъ проходить двоякимъ образомъ. Или она можетъ быть продернута насквозь, или ее можно держать съ обоихъ концовъ и сдвигать внизъ всю сразу. Предположимъ, что нитка захвачена съ обоихъ концовъ, а руки двигаются внизъ перпендикулярно къ слою воска. Если случится, что нитка перпендикулярна къ этому слою, то она просто пройдетъ его насквозь; но, если удерживать нитку наискось къ поверхности воска, а руки двигать перпендикулярно внизъ, то нитка, если она достаточно прочна, сдѣлаетъ разрѣзъ вдоль слоя воска.

Если бы этотъ слой воска обладалъ свойствомъ закрываться за ниткой, то въ немъ оказалось бы лишь движущееся отверстіе.

Допустимъ, что вмѣсто слоя воска и нитки у насъ прямая линія и плоскость. Если прямая линія проходитъ наискось по отношенію къ плоскости и движется внизъ, то она всегда пересѣчетъ плоскость въ

какой-нибудь точкѣ; но эта точка пересѣченія будетъ передвигаться впередъ. Если бы плоскость обладала свойствомъ закрываться за линіей, въ родѣ какой-нибудь жидкости, то наблюдалась бы лишь движущаяся точка. А если вообразить цѣлую систему линій, имѣющихъ наклонъ по разнымъ направленіямъ, но соединенныхъ вмѣстѣ и абсолютно неподвижно укрѣпленныхъ въ рамкѣ, и если эта рамка, со всей системой линій, должна была бы цѣликомъ медленно пройти черезъ такую плоскость подъ прямымъ къ ней угломъ, то объявилось бы множество движущихся точекъ въ плоскости, числомъ равныхъ числу прямыхъ линій въ самой системѣ. Всѣ линіи въ рамкѣ двигались бы съ одной и той же скоростью, а именно, со скоростью самой рамки, въ которой онѣ укрѣплены. Но точки въ плоскости обладали бы разною скоростью. Онѣ двигались бы медленнѣе или скорѣе, соотвѣтственно большему или меньшему наклону линій, которыя ихъ произвели. Прямая линія, перпендикулярная къ плоскости, проходя черезъ нее, произведетъ неподвижную точку. Прямая линія, сильно склоняющаяся къ плоскости, произведетъ точку, движущуюся съ большой скоростью. Движенія и пути точекъ опредѣлятся распредѣленіемъ линій въ системѣ. Очевидно, если бы двѣ прямыя линіи пришлись накрестъ другъ къ другу, подобно буквѣ X, и если бы образуемая ими фигура проходила отвѣсно черезъ плоскость, то сначала показались бы двѣ точки. Эти двѣ точки приближались бы одна къ другой. Когда та часть, гдѣ двѣ линіи X встрѣчаются, достигла бы плоскости, то обѣ точки слились бы въ одну. Когда же стала бы проходить черезъ плоскость верхняя часть фигуры, обѣ точки удалялись бы одна отъ другой.

Если предположимъ, что линіи прикрѣплены къ разнымъ частямъ рамки, что онѣ какъ бы переплетаются между собою и поддерживаютъ другъ друга[1]), то, очевидно, что онѣ могутъ образовывать всякаго

[1]) ABCD — рамка; X и Y — двѣ переплетающіяся линіи.

рода фигуры и что точки въ плоскости станутъ двигаться по очень сложнымъ путямъ. Прилагаемый рисунокъ изображаетъ профиль такой рамки. Показаны только линіи XX и YY, но слѣдуетъ предположить большое количество другихъ линій, имѣющихъ наклонъ впередъ, назадъ и въ разныя стороны.

Примемъ теперь, что вмѣсто линій прикрѣплены къ рамкѣ очень тонкія нити; проходя черезъ жидкую плоскую поверхность, онѣ произведутъ маленькія пятнышки. Назовемъ эти пятнышки атомами и будемъ ихъ разсматривать, какъ основу матеріи въ плоскости. Есть четыре условія, которымъ должны удовлетворять эти пятнышки, если допустить, что они образуютъ основу матеріи, подобную нашей. Къ первичнымъ свойствамъ матеріи (если мы исключимъ силы притяженія н отталкиванія, которыя могутъ быть вызваны движеніями малѣйшихъ частицъ), принадлежатъ слѣдующія: 1) неуничтожимость; 2) непроницаемость; 3) инерція; 4) сохраненіе энергіи.

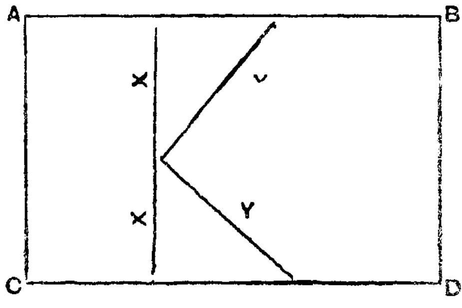


Рис. XII.

1) Согласно первому условію, неуничтожимости матеріи, ни одно изъ пятнышекъ не можетъ внезапно перестать существовать. Иначе говоря, нитка, принимающая участіе въ общемъ движеніи всей системы и производящая движущееся пятнышко, не должна быть изъята раньше остальныхъ. Если бы всѣ линіи внезапно кончились, это соотвѣтствовало бы прекращенію существованія матеріи.

2) Непроницаемость. Одно пятнышко не должно проходить сквозь другое. Это условіе вполнѣ удовлетворено. Если нити нигдѣ не совпадаютъ, то и производимыя ими движущіяся пятнышки не могутъ совпадать.

3) Инерція. Пятнышко не должно прекращать двигаться или выходить изъ состоянія покоя, если не сталкивается съ другимъ пятнышкомъ. Это условіе указываетъ на другое вполнѣ очевидное условіе, относящееся къ нитямъ: между точками, гдѣ онѣ приходятъ въ соприкосновеніе между собою, нити должны быть прямыми. Слабо натянутая нить, а слѣдовательно, изогнутая, проходя черезъ плоскость, произведетъ пятнышко, которое произвольно измѣнитъ свою скорость. А это никогда не происходитъ съ частицами матеріи.

4) Сохраненіе энергіи. Энергія матеріи никогда не теряется; она только переходитъ изъ одного вида въ другой, какъ бы ни казалось, будто она исчезаетъ. Если примемъ, что каждое движущееся пятнышко въ плоскости представляетъ единицу массы, то по закону сохраненія энергіи слѣдуетъ: когда встрѣтятся какія-нибудь два пятнышка, сумма квадратовъ ихъ скоростей до встрѣчи должна быть та же, какъ и сумма квадратовъ ихъ скоростей послѣ встрѣчи. Но мы видѣли, что всякая скорость пятнышекъ въ плоскости стоитъ въ зависимости отъ наклона нитей къ плоскости. Такимъ образомъ, законъ сохраненія энергіи указываетъ на условіе, которое слѣдуетъ выполнить путемъ наклона линій къ плоскости. Переводя это объясненіе на математическій языкъ, мы получимъ такое положеніе: сумма квадратовъ тангенсовъ угловъ, образуемыхъ нитями съ перпендикуляромъ къ плоскости, остается постоянной.

Слѣдовательно, вся совокупность перемѣнъ и осложненій въ матеріи, состоящей изъ одинаковыхъ атомовъ въ плоскости, можетъ возникнуть вслѣдствіе лишь однообразнаго движенія всей системы нитей цѣликомъ.

Вообразимъ себѣ, что нити, переплетаясь вмѣстѣ, образуютъ нѣкоторыя связныя формы, изъ коихъ каждая представляетъ нѣчто законное само по себѣ; когда же эти формы проходятъ черезъ жидкую, плоскую поверхность, то порождаютъ цѣлыя серіи дви-

жущихся пятнышекъ. Но коль скоро нити образуютъ опредѣленныя формы, то движеніе пятнышекъ тоже не будетъ вполнѣ случайнымъ; многія группы ихъ станутъ походить на движущіяся фигуры. Предположимъ, напримѣръ, что нѣсколько нитей такъ сгруппированы, что образуютъ цилиндръ на нѣкоторомъ своемъ протяженіи, а затѣмъ другія нити, съ которыми онѣ переплетаются, разбиваютъ эту группировку. Пока цилиндръ проходитъ черезъ плоскость, мы получили бы въ ней нѣкоторое количество точекъ, образующихъ кругъ. Когда та часть, гдѣ нити отклоняются отъ своего пути, подойдетъ къ плоскости, то кругъ разобьется вслѣдствіе движенія нѣкоторыхъ точекъ въ сторону. Эти движущіяся фигуры въ плоскости представляютъ только слѣды измѣняющихся формъ нитей, но позволительно вообразить себѣ, что онѣ обладаютъ собственной жизнью и сознаніемъ.

Если же неразумно предполагать, что онѣ обладаютъ сознаніемъ въ то время, когда формы, временнымъ изображеніемъ которыхъ онѣ являются, не имѣютъ его, то мы можемъ успѣшно предположить, что формы нитей обладаютъ сознаніемъ; въ этомъ случаѣ движущіяся фигуры будутъ участвовать въ сознаніи только тѣхъ частей формъ, которыя одновременно проходятъ черезъ плоскость. Такимъ образомъ, въ плоскости мы можемъ усматривать тѣла со всѣми свойствами матеріи, двигающіяся, мѣняющіяся и обладающія сознаніемъ. Спустя нѣкоторое время, можетъ произойти, конечно, такое разъединеніе точекъ въ одной изъ фигуръ, что она болѣе не будетъ казаться единицей и ея сознаніе, какъ таковое, можетъ быть утеряно. Но нити бытія такой фигуры не порвались и форма, которая ее произвела, нисколько не измѣнилась. Она, попросту, лишь удалилась отъ этой плоскости. Итакъ, ничто существующее на плоскости, одаренное сознательной жизнью, не перестаетъ существовать. Въ такомъ существованіи не будетъ ни причины, ни слѣдствія, а просто лишь постепенное осуществленіе въ плоскости уже существующаго цѣлаго. Не будетъ и прогресса, если мы не

предположимъ, что нити при прохожденіи сплетаются въ болѣе сложныя формы.

Можно ли примѣнить такое представленіе вещей къ существованію въ пространствѣ, съ которымъ мы имѣемъ дѣло? Можно ли думать, что движеніе и измѣнчивость матеріальныхъ предметовъ являются слѣдствіемъ пересѣченія съ трехмѣрнымъ пространствомъ четырехмѣрнаго существованія? Можно ли предполагать, что наше сознаніе имѣетъ дѣло съ пространственнымъ профилемъ нѣкоторой высшей дѣйствительности?

Нѣтъ надобности говорить, что всѣ изложенныя соображенія, относительно осуществимости системы, удовлетворяющей условіямъ матеріальности, при прохожденіи нитей черезъ жидкую плоскую поверхность, соотвѣтствуютъ четырехмѣрному существованію, продвигающемуся черезъ трехмѣрное пространство. Каждая часть болѣе обширнаго существованія, проходя черезъ наше пространство, казалась бы намъ совершенно ограниченной. Мы не имѣли бы никакихъ указаній на постоянство этого существованія. Если усвоить такой образъ мыслей, то необходимо воображать какое-то громадное цѣлое, гдѣ все существовавшее и все, что будетъ существовать, существуетъ одновременно. Все это громадное цѣлое медленно проходитъ черезъ наше, слабо мерцающее сознаніе, ограниченное мгновеніемъ и узкимъ пространствомъ, оставляя въ немъ впечатлѣніе о безпорядочной массѣ перемѣнъ и превратностей, которыя существуютъ только для насъ. Кажется, что единственное, что существуетъ — это движеніе и перемѣна. Но иллюзія такого рода обязана лишь мгновенному прохожденію черезъ наше сознаніе вѣчно существующихъ реальностей.

Размышляя о такихъ предметахъ, намъ трудно отрѣшиться отъ привычки оцѣнивать вещи на мѣрку своихъ зрительныхъ и осязательныхъ впечатлѣній. Если мы думаемъ о человѣкѣ, существующемъ въ четырехъ измѣреніяхъ, намъ трудно удержаться, чтобы не представлять его себѣ продолженнымъ въ какомъ-нибудь

уже знакомомъ измѣреніи. Картина, создаваемая нами, нѣсколько походитъ на тѣ величавыя египетскія статуи, которыя спереди довольно хорошо изображаютъ солидную сидящую фигуру, но съ другихъ сторонъ по уши уходятъ въ гладкую массу камня, вполнѣ облегающую ихъ контуры.

Никакое матеріальное представленіе не послужитъ намъ впрокъ. Организованныя существа намъ кажутся настолько совершенными, что всякій придатокъ только обезобразилъ бы ихъ красоту. Если бы мы были существами, ограниченными плоскостью, то очертанія коринѳской колонны, вѣроятно, казались бы намъ такой красоты, какую нельзя превзойти. Мы были бы не способны представить себѣ какое-нибудь добавленіе къ ней, по той простой причинѣ, что любое, воображаемое нами добавленіе было бы невзрачнымъ растяженіемъ какой-либо части ея контура. Однако, двигаясь въ пространствѣ трехъ измѣреній, мы видимъ, что красота величественной колонны далеко превосходитъ красоту простого ея контура. Итакъ, все, что въ нашей власти, это не признавать нашей способности сужденія объ идеальномъ совершенствѣ четырехмѣрныхъ формъ.

Глава IV.

Но оставимъ теперь въ сторонѣ это предположеніе о рамкѣ и нитяхъ. Изслѣдуемъ понятіе о четырехмѣрномъ существованіи болѣе простымъ и естественнымъ образомъ, въ родѣ того, какъ двумѣрное существо думало бы о насъ, не безконечныхъ въ третьемъ измѣреніи, но такъ же ограниченныхъ въ трехъ измѣреніяхъ, какъ оно въ двухъ. Надо полагать, что бытіе, существующее въ четырехъ измѣреніяхъ, столь же ограничено во всѣхъ четырехъ направленіяхъ, какъ мы въ трехъ. Все, что мы можемъ сказать относительно возможности существованія такого бытія, заключается въ томъ, что мы не имѣемъ никакого опыта въ вопросѣ о движеніи по четыремъ направленіямъ. Могущество и опытъ такихъ существъ

могли бы быть шире, но нельзя усмотрѣть основной разницы въ законахъ проявленія силъ и движенія.

Мы могли бы одновременно видѣть только лишь часть такого существа, и это по той же причинѣ, по которой кубъ представляется двумѣрному существу въ видѣ квадрата, на которомъ онъ поставленъ. Такимъ образомъ, четырехмѣрное существо внезапно появлялось бы, какъ вполнѣ законченное и ограниченное тѣло и такъ же внезапно исчезало бы, не оставляя по себѣ слѣда въ пространствѣ, подобно тому, какъ что-либо лежащее на плоской поверхности, будучи приподнято, вдругъ уходило бы изъ сферы познаванія существъ, сознаніе которыхъ ограничено плоскостью. Объектъ не исчезалъ бы двигаясь по какому-нибудь направленію, но мгновенно пропадалъ бы цѣликомъ. Не было бы никакого убѣжища, никакого секрета, которые не были бы ему совершенно открыты. Такое существо приходило бы и уходило по своему желанію; оно могло бы совершать надъ нами самыя удивительныя шутки. Было бы возможно безконечной плоскостью, простирающейся во всѣ стороны, раздѣлить наше пространство на двѣ части, абсолютно разъединенныя другъ отъ друга; но четырехмѣрное существо могло бы скользить вокругъ этой плоскости съ величайшей легкостью.

Для большей ясности возьмемъ аналогичный случай въ трехъ измѣреніяхъ. Положимъ, что листъ бумаги изображаетъ плоскость. Если онъ безконечно простирается въ каждомъ направленіи, то представитъ безконечную плоскость. Послѣднюю можно раздѣлить на двѣ части безконечной прямой линіей. Существо, ограниченное этой плоскостью, не могло бы перейти изъ одной ея части въ другую, не перейдя черезъ линію. Но допустимъ, что другой листъ бумаги положенъ на первый и тоже простирается до безконечности. Если существо двинется изъ первой плоскости въ направленіи третьяго измѣренія, то оно перейдетъ въ эту новую плоскость, а въ ней оно не найдетъ раздѣляющей линіи. Пусть оно двигается до такого мѣста, которое придется по другую сторону линіи.

Тогда пусть оно возвращается на первую плоскость. Теперь оно окажется по другую сторону линіи, дѣлящей плоскость на двѣ части.

Обратимся теперь къ случаю въ четвертомъ измѣреніи. Вмѣсто листа бумаги возьмемъ трехмѣрное тѣло. Если это тѣло вообразить безконечно великимъ, то оно заполнитъ все трехмѣрное пространство. Но оно не заполнитъ все четырехмѣрное пространство. По отношенію къ четырехмѣрному пространству оно будетъ тѣмъ же, чѣмъ является безконечная плоскость по отношенію къ трехмѣрному пространству. Въ четырехмѣрномъ пространствѣ можетъ быть безконечное число такихъ безконечныхъ трехмѣрныхъ тѣлъ, точно также, какъ въ трехмѣрномъ пространствѣ можетъ быть безконечное число безконечныхъ плоскостей.

Такимъ образомъ, рядомъ съ нашимъ пространствомъ, можно задумать другое пространство, столь же безконечное во всѣхъ трехъ направленіяхъ. Чтобы перейти изъ одного пространства въ другое, слѣдуетъ сдѣлать нѣкоторое движеніе въ четвертомъ измѣреніи, точно такъ же, какъ для перехода изъ одной безконечной плоскости въ другую, нужно сдѣлать движеніе въ третьемъ измѣреніи.

Итакъ, возьмемъ вмѣсто перваго листа бумаги, упоминаемаго выше, кубическое тѣло. Мы предполагали, что листъ бумаги продолженъ до безконечности въ двухъ измѣреніяхъ; предположимъ тоже, что кубическое тѣло продолжено до безконечности въ трехъ измѣреніяхъ, такъ, что заполняетъ цѣликомъ все извѣстное намъ пространство.

Теперь раздѣлимъ это безконечное кубическое тѣло на двѣ части безконечной плоскостью, подобно тому, какъ безконечная плоскость бумаги была раздѣлена на двѣ части безконечной линіей. Существо, пока оно остается въ предѣлахъ этого безконечнаго тѣла, не можетъ перейти изъ одной его части въ другую, по другую сторону безконечной плоскости, не перейдя черезъ эту послѣднюю.

Но допустимъ, что въ направленіи четвертаго измѣренія, рядомъ съ этимъ безконечнымъ трехмѣрнымъ тѣломъ, находится второе безконечное трехмѣрное тѣло, подобно тому, какъ вторая безконечная бумажная плоскость находилась рядомъ съ первою безконечною плоскостью въ направленіи третьяго измѣренія. Пусть теперь существо, желающее попасть по другую сторону раздѣляющей плоскости, движется въ направленіи четвертаго измѣренія и вступитъ на второе безконечное трехмѣрное тѣло, въ которомъ нѣтъ никакой раздѣляющей плоскости. Пусть это существо движется теперь такъ, что возвратившись на первое безконечное трехмѣрное тѣло, окажется по другую сторону безконечной плоскости, раздѣлившей его на двѣ части. Когда это произойдетъ, то оно окажется по другой сторонѣ безконечной плоскости, не проходя сквозь нее.

Подобнымъ же образомъ, существо, способное передвигаться въ направленіи четырехъ измѣреній, можетъ выйти изъ закрытаго ящика, не проходя черезъ его стороны, потому что оно можетъ двинуться въ направленіи четвертаго измѣренія, а затѣмъ продолжать двигаться такъ, что когда оно вернется, то окажется внѣ ящика.

Встрѣчается ли что-нибудь въ мірѣ, поскольку мы его знаемъ, что указывало бы на возможность нѣкотораго существованія въ четырехъ измѣреніяхъ? На этотъ вопросъ нельзя дать опредѣленнаго отвѣта. Тѣмъ не менѣе, интересно указать, что существуютъ извѣстные факты, которые могутъ быть истолкованы только при свѣтѣ теоріи о четвертомъ измѣреніи.

Для поясненія сказаннаго, предположимъ, что пространство, въ дѣйствительности четырехмѣрно и что знакомое намъ трехмѣрное пространство относится къ этому. болѣе обширному пространству, какъ поверхность къ нашему пространству.

Тогда, въ этомъ болѣе обширномъ пространствѣ, мы были бы подобны тѣмъ существамъ, которыя ограничены плоскостью въ нашемъ пространствѣ. Предположимъ, что, какъ въ нашемъ простран-

ствѣ есть центры притяженія, вліяніе которыхъ распространяется по радіусамъ во всѣхъ направленіяхъ, такъ и въ болѣе обширномъ пространствѣ есть центры притяженія, вліяніе которыхъ распространяется по радіусамъ во всѣхъ направленіяхъ. Наблюдается ли что-нибудь въ природѣ, указывающее на дѣйствіе центра притяженія, лежащаго внѣ нашего пространства, и оказывающаго вліяніе на всѣ вещества въ послѣднемъ? Дѣйствіе такого центра притяженія не выразилось бы движеніемъ по какому-либо извѣстному направленію, потому что этотъ центръ находится внѣ извѣстныхъ намъ направленій.

Перейдемъ къ соотвѣтствующимъ случаямъ, относящимся къ третьему и второму измѣреніямъ, вмѣсто къ четвертому и третьему. Вообразимъ плоскость, лежащую горизонтально, а въ ней нѣкоторыя существа, опытъ которыхъ ограниченъ этой плоскостью. Если налить воды или другой жидкости на плоскость, то существа, замѣтивъ ея присутствіе, найдутъ, что она имѣетъ стремленіе разлиться по всей плоскости. На самомъ дѣлѣ, она не будетъ для нихъ такой жидкостью, какъ для насъ — она скорѣе будетъ соотвѣтствовать газу, потому что газъ, какъ мы знаемъ, стремится распространиться по всѣмъ направленіямъ и постепенно настолько расширяется, что заполняетъ все пространство; напримѣръ, онъ производитъ давленіе на стѣнки любого сосуда, въ которомъ нами содержится.

Жидкость на плоскости распространяется по всѣмъ направленіямъ, знакомымъ двумѣрному существу, а въ то же время становится тоньше въ третьемъ измѣреніи, хотя ея абсолютное количество остается неизмѣннымъ. Подобнымъ же образомъ мы могли бы предположить, что газы (которые при расширеніи распространяются въ измѣреніяхъ намъ извѣстныхъ), становятся тоньше въ четвертомъ измѣреніи.

Въ данномъ случаѣ, нужно искать причину въ силѣ притяженія, дѣйствующаго на наше пространство такимъ же образомъ, какъ сила тяжести дѣйствуетъ на горизонтальную плоскость.

Основательно ли мнѣніе, что существуетъ нѣкій центръ притяженія, гдѣ-нибудь въ четвертомъ измѣреніи, и что газы, принимаемые нами лишь за болѣе подвижныя жидкости, распространяются по всѣмъ направленіямъ подъ его вліяніемъ? Такой взглядъ въ извѣстной степени оправдывается фактомъ, который установленъ экспериментальнымъ путемъ, что нельзя провести абсолютно демаркаціонной линіи между жидкостью и газомъ. Тѣла могутъ переходить изъ одного состоянія въ другое, не обнаруживая такого промежуточнаго момента, когда можно было бы сказать, что вотъ теперь происходитъ перемѣна состоянія.

Слѣдовательно, мы можемъ предположить, что матерія, которая, какъ мы знаемъ, распространяется по тремъ измѣреніямъ, имѣетъ также небольшую толщину и въ четвертомъ измѣреніи; что тѣла обладаютъ косностью и въ четвертомъ измѣреніи, какъ въ трехъ прочихъ измѣреніяхъ; что жидкости обладаютъ слишкомъ большой силой сцѣпленія, чтобы допустить ихъ распространеніе въ пространствѣ и дѣлаются тоньше въ четвертомъ измѣреніи, подъ вліяніемъ центра притяженія, лежащаго внѣ нашего пространства; но что газы, благодаря большей подвижности своихъ частицъ, подвержены его дѣйствію и распространяются въ пространствѣ подъ его вліяніемъ, подобно тому, какъ жидкости подъ вліяніемъ силы тяжести распространяются въ плоскости.

Значитъ, плотность газа будетъ служить мѣрой его относительной толщины въ четвертомъ измѣреніи, а уменьшеніе плотности будетъ соотвѣтствовать уменьшенію толщины въ четвертомъ измѣреніи. Но можно ли справедливость подобнаго предположенія подтвердить какимъ-нибудь образомъ?

Предположимъ существо ограниченное плоскостью; если плоскость отодвинута далеко отъ центра притяженія, находящагося внѣ ея, оно замѣтитъ, что жидкости имѣютъ меньше стремленіе распространяться, чѣмъ оно было раньше.

Или предположимъ, что оно (существо) передвину-

лось къ отдаленной части плоскости, такъ что линія отъ занимаемаго мѣста до центра притяженія проходитъ наискось къ плоскости; въ этомъ положеніи оно найдетъ, что жидкость обнаруживаетъ стремленіе распространяться больше въ одномъ направленіи, чѣмъ въ другомъ.

Наше пространство, если его представить находящимся въ четырехмѣрномъ пространствѣ, подобно тому, какъ плоскость находится въ трехмѣрномъ пространствѣ, — можетъ измѣняться. И силу расширенія газовъ можно было бы найти различною въ разные періоды. Или, попутно съ измѣненіемъ нашего положенія въ пространствѣ во время вращенія земли вокругъ солнца, могла бы возникать достаточная разница въ разстояніи до центра притяженія, обусловливающая различное расширеніе газовъ въ разныя времена года, или проявлялась бы бо̀льшая сила расширенія газовъ въ одномъ изъ направленій.

Хотя такое предположеніе могло бы быть разработано нѣсколько далѣе, но трудно полагать, чтобъ оно могло повести къ опредѣленнымъ доказательствамъ физическаго существованія четвертаго измѣренія. Никакихъ такихъ доказательствъ, которыя были бы рѣшительными, не было найдено. И въ самомъ дѣлѣ, прежде чѣмъ искать доказательства, въ высшей степени важно установить теоретическую точку зрѣнія. Разсматривая геометрическія свойства прямыхъ линій и плоскостей, мы ихъ относимъ соотвѣтственно къ одному или двумъ измѣреніямъ, и, поступая такъ, отрицаемъ какое-либо ихъ дѣйствительное существованіе. Плоскость и линія — чистыя абстракціи. Каждая частица матеріи имѣетъ три измѣренія. Если мы принимаемъ существа въ плоскости не только за нѣчто воображаемое, мы должны предположить, что они обладаютъ нѣкоторой толщиной. Если ихъ опытъ ограниченъ лишь плоскостью, то эта толщина должна быть очень малой въ сравненіи съ прочими ихъ размѣрами. Перенося опять наше разсужденіе въ область четырехъ измѣреній, мы приходимъ къ интересному заключенію.

Если четвертое измѣреніе существуетъ, то является возможнымъ одно изъ двухъ. Или, живя въ четырехмѣрномъ пространствѣ, мы обладаемъ только трехмѣрнымъ существованіемъ, или, будучи, дѣйствительно, четырехмѣрными существами, мы не сознаемъ этого. Если мы ограничены только тремя измѣреніями, а въ дѣйствительности ихъ четыре, то мы должны быть по отношенію къ тѣмъ существамъ, которыя живутъ въ четырехъ измѣреніяхъ, какъ линіи и плоскости по отношенію къ намъ. Т.-е. мы являемся просто абстракціями. Въ этомъ случаѣ, мы должны существовать только въ умѣ того бытія, которое насъ себѣ представляетъ, а весь нашъ опытъ долженъ быть только построеніемъ его ума; получается заключеніе, къ которому, повидимому, пришелъ одинъ философъ-идеалистъ, хотя совсѣмъ въ другой области.

Если же наше существованіе протекаетъ въ четырехъ измѣреніяхъ, то въ этомъ случаѣ наша протяженность въ четвертомъ измѣреніи должна быть безконечно мала, иначе мы бы ее сознавали. При такомъ порядкѣ вещей намъ, вѣроятно, предстояло бы обнаружить четвертое измѣреніе въ первичныхъ частицахъ матеріи, потому что въ нихъ стороны въ трехъ измѣреніяхъ очень малы, а потому можно было бы сравнить величины всѣхъ четырехъ измѣреній.

Оба приведенныя предположенія основаны на гипотезѣ реальности четырехмѣрнаго существованія и допустимы только при этой гипотезѣ.

Любопытно отмѣтить, что мы можемъ представить себѣ существованіе, по отношенію къ которому наше собственное существованіе является простой абстракціей.

Помимо вообще интереса такого рода умственныхъ построеній, они имѣютъ другую значительную цѣнность; они даютъ намъ возможность выразить ясно понятія о вещахъ, которыхъ мы вообразить не можемъ. Они какъ бы снабжаютъ насъ матеріаломъ, которымъ нашъ умъ можетъ воспользоваться при построеніи своихъ идей. И эта добавочная выгода

для нашей способности представленія въ умѣ идей — очень велика.

Многія философскія идеи и ученія почти непонятны, потому что нѣтъ наглядной иллюстраціи, которая помогла бы ихъ выразить. Въ воображаемомъ физическомъ существованіи, которое мы нарисовали, многое изъ написаннаго философами найдетъ соотвѣтствующее изображеніе. Напримѣръ, многое изъ Этики Спинозы могло бы быть согласовано съ предъидущими страницами.

Такимъ образомъ, мы можемъ обсуждать и выводить вполнѣ законныя заключенія относительно тѣхъ вещей, которыхъ нельзя вообразить.

Конечно, вполнѣ очевидно, что эти умозрѣнія не имѣютъ никакого непосредственнаго соприкосновенія съ фактами. Но это не причина, чтобы отъ нихъ отказаться. Прогрессъ знанія похожъ на теченіе могучей рѣки, которая, проходя по богатымъ низменностямъ, собираетъ дань съ каждой долины. Съ такой рѣкой можетъ соединиться горный потокъ, который съ трудомъ пробившись сквозь безплодныя горныя страны, кидается въ большую рѣку съ крутого обрыва, представляя въ моментъ сліянія картину величайшей красоты. Такой потокъ — это символъ пути математической мысли; проходя черезъ мудреныя, отвлеченныя области, она жертвуетъ, ради своей кристаллической ясности, всѣмъ богатствомъ, накопленнымъ болѣе конкретными изслѣдованіями. Такой путь можетъ окончиться безплодно, потому что онъ можетъ никогда не соединиться съ главнымъ путемъ, путемъ наблюденія и опыта. Но если онъ дойдетъ до великаго потока знаній, то въ моментъ своего сліянія представитъ картину величайшей интеллектуальной красоты и нѣсколько увеличитъ силу и таинственную мощь стремленія впередъ.
